Reg. No. : ....

Code No. : 20847 Sub. Code : GMMA 6 A

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
APRIL 2018.

Sixth Semester

Mathematics – Main

Elective — NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

Choose the correct answer :

1. கிரேக்கர்களுக்கு ‘எண்’ என்ற வார்த்தையின் அர்த்தம் ________.

(அ) முழுக்கள்

(ஆ) மிகை முழுக்கள்

(இ) குறை முழுக்கள்

(ஈ) விகிதமுறு எண்கள்

For Greeks the word number meant ________

(a) Integers

(b) Positive integers

(c) Negative integers

(d) Rational numbers

2. 0 ! ன் மதிப்பு ________.

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) ∞ (ஈ) $-\infty$

The value of 0 ! is ________.

(a) 0 (b) 1

(c) ∞ (d) $-\infty$

3. $\text{g.c.d}\,(-12, 30) =$ ________.

(அ) –12 (ஆ) 6

(இ) –6 (ஈ) ஏதுமில்லை

$\text{g.c.d}\,(-12, 30) =$ ________.

(a) –12 (b) 6

(c) –6 (d) None of these

4. $\text{g.c.d}\,(a, b) =$ ________ எனில் $lcm\,(a, b) = ab$

(அ) a (ஆ) b

(இ) ab (ஈ) 1

$lcm\,(a, b) = ab$ if $\text{g.c.d}\,(a, b) =$ ________.

(a) a (b) b

(c) ab (d) 1

5. ________ ஒரு report முழுயெண்.

(அ) 1 (ஆ) 11

(இ) 111 (ஈ) அனைத்தும்

________ is the report integer.

(a) 1 (b) 11

(c) 111 (d) All of these

6. $p \nmid c$, p ஒரு பகா எண் எனில், $\gcd\,(c, p) =$ ________.

(அ) 1 (ஆ) c

(இ) p (ஈ) இவையேதுமில்லை

If $p \nmid c$, and p is a prime, then $\gcd\,(c, p)$

(a) 1 (b) c

(c) p (d) None of these

7. $3x \equiv 4 \pmod 5$ இரு, mod 5 -ன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை ________.

(அ) 3 (ஆ) 4

(இ) 5 (ஈ) 1

If the number of solutions of $3x \equiv 4 \pmod 5$ is

(a) 3 (b) 4

(c) 5 (d) 1

8. $\binom{p}{k} \equiv$ ——————— $\pmod p$.

(அ) p (ஆ) 0

(இ) k (ஈ) ஏதுமில்லை

$\binom{p}{k} \equiv$ ——————— $\pmod p$

(a) p (b) k

(c) 0 (d) None of these

9. $2^4 \equiv$ ——————— $\pmod 4$

(அ) 2 (ஆ) 4

(இ) 0 (ஈ) 16

$2^4 \equiv$ ——————— $\pmod 4$

(a) 2 (b) 4

(c) 0 (d) 16

10. $12\,! \equiv$ ——————— $\pmod{13}$

(அ) 1 (ஆ) -1

(இ) 0 (ஈ) 12

$12\,! \equiv$ ——————— $\pmod{13}$

(a) 1 (b) -1

(c). 0 (d) 12

PART B — $(5 \times 5 = 25$ marks$)$

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) நியூட்டனின் சமனி,

$\binom{n}{k}\binom{k}{r} = \binom{n}{r}\binom{n-r}{k-r}$, $n \geq k \geq r \geq 0$ -ஐ வருவி.

Derive the Newton's identity

$$\binom{n}{k}\binom{k}{r} = \binom{n}{r}\binom{n-r}{k-r},\ n \geq k \geq r \geq 0.$$

Or

(ஆ) 'பித்தகோரஸ்' - பற்றி ஒரு சிறு கட்டுரை எழுதுக.

Write a small energy of "Phythagores".

12. (அ) வகுத்தல் படிமுறையைப் பயன்படுத்தி ஒ... எண்ணின் வர்க்கம் $3k$ அல்லது $3k+1$ என்... வடிவத்தில் இருக்கும் என நிரூபி.

Use the division algorithm to prove that th... square of any integer is either of the from $3k$ or $3k+1$.

Or

(ஆ) $a \mid c$ மற்றும் $b \mid c$, gcd $(a,b)=1$ எனில் $ab \mid$... என நிரூபி.

If $a \mid c$ and $b \mid c$ with gcd $(a,b)=1$, the... prove that $ab \mid c$

13. (அ) p ஒரு பகா எண் என்க. $p \mid ab$ எனில் $p \mid$... அல்லது $p \mid b$.

If p is a prime and $p \mid ab$ then prove th... $p \mid a$ or $p \mid b$.

Or

(ஆ) $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண் எனக்காட்டுக.

Show that $\sqrt{2}$ is irrational.

14. (அ) $n \geq 1, a, b, c$ ஆகியன முழுக்கள் எனில் நிரூபி. (i) $a \equiv e \pmod{n}, b \equiv c \pmod{n}$ எனில் $a \equiv c \pmod{n}$ மற்றும் $a + c \equiv b + c \pmod{n}$ எனவும் நிரூபி.

$n \geq 1, a, b, c$ are arbitrary integers. Prove that (i) if $a \equiv e \pmod{n}, b \equiv c \pmod{n}$ then $a \equiv c \pmod{n}$ (ii) If $a \equiv b \pmod{n}$ then $a + c \equiv b + c \pmod{n}$.

Or

(ஆ) $1!+2!+3!+4!+\ldots+99!+100!$ ஐ 12ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

Find the remainder when $1!+2!+3!+4!+\ldots+99!+100!$ is divided by 12.

15. (அ) ஃபெர்மாட்டின் தேற்றத்தின்படி 17, $11^{104}+1$ ஐ வகுக்குமா என சரிபார்.

Use Fermat's theorem to verify that 17 divides $11^{104}+1$.

Or

(ஆ) 15 ! ஐ 17 ஆல் வகுக்கும் போதும், $2(26!)$ ஐ 29 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

Find the remainders when 15 ! is divided by 17 and $2(26!)$ is divided by 29.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $n \geq 1$ எனக. கணித தொகுத்தறிதல் மூலம் பின்வருபவற்றை நிறுவுக.

(i) $$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2} \leq 2-\frac{1}{n}$$

(ii) $$\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\ldots+\frac{n}{2^n} = 2-\frac{n+2}{2n}.$$

For $n \geq 1$, prove the following by Mathematical induction.

(i) $$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2} \leq 2-\frac{1}{n}$$

(ii) $$\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\ldots+\frac{n}{2^n} = 2-\frac{n+2}{2n}.$$

Or

(ஆ) ஈருறுப்புத் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove the binomial theorem.

17. (அ) வகுத்தல் படிமுறையை எழுதி நிரூபி.

State and prove the division algorithm.

Or

(ஆ) யூக்ளிடின் படிமுறையை எழுதி நிரூபி.

State and prove Euclidean algorithm.

18. (அ) எண்ணியியலின் அடிப்படைத் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove the fundamental theorem of arithmetic.

Or

(ஆ) (i) முடிவில்லா எண்ணிக்கையில் பகா எண்கள் உள்ளன என நிரூபி.

(ii) P_n ஆனது n-வது பகா எண் எனில் $P_n \leq 2^{2n-1}$ எனக்காட்டுக.

(i) Show that there is an infinite number if primes.

(ii) If P_n is the nth prime number, then show that $P_n \leq 2^{2n-1}$.

19. (அ) பின்வருவனவற்றை நிரூபி.

(i) $a \equiv b(\bmod n)$, m/n எனில் $a \equiv b(\bmod m)$

(ii) $a \equiv b(\bmod n)$, $c > 0$ எனில் $ca \equiv cb(\bmod n)$.

(iii) $a \equiv b(\bmod n)$, a, b, n என்ற முழுக்கள் அனைத்தும் $d > 0$ ஆல் வகுப்பட்டால் $a/d \equiv b/d(\bmod n)$.

Prove each of the following assertions :

(i) If $a \equiv b (\bmod n)$, m/n then $a \equiv b\ (\bmod m$

(ii) If $a \equiv b (\bmod n)$ and $c > 0$ the
t $ca \equiv cb\ (\bmod n)$.

(iii) If $a \equiv b (\bmod n)$ and the integers $a, b,$
are all divisible of $d > 0$ the
$a/d = b/d\ (\bmod n)$.

Or

(ஆ) பின்வரும் நேரியல் சமன்பாட்டைத் தீர் :

$17x \equiv 9\ (\bmod 276)$.

Solve the following linear congruence.

$17x \equiv 9\ (\bmod 276)$.

20. (அ) ஃபெர்மாட்டின் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி. அத
மாறுதலை உண்மையா என சோதித்திடுக.

State and prove Fermat's theorem. Tes
whether the converse is true.

Or

(ஆ) வில்ஸனின் தேற்றத்தை எழுதி அதன் மறுதலை
சோதித்திடுக.

State and prove the Wilson's theorem tes
the converse.

Reg. No. : ....

Code No. : 20826 **Sub. Code : GMMA 51/ GMMC 51**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Fifth Semester

Mathematics/Maths with CA — Main

LINEAR ALGEBRA

(For those who joined in July 2012 – 2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. F-ன் ஒரு வெக்டர் வெளி V என்க மற்றும் V-ன் உள்வெளி W எனில் V/W ஒரு ————

(அ) வெக்டர் வெளி

(ஆ) உள் வெளி

(இ) ஈவு வெளி

(ஈ) மேற்கூறிய ஏதும் இல்லை

Let V be a vector space over F and W be a subspace of V. Then V/W is a ________ of V by W.

(a) vector space (b) subspace

(c) quotient space (d) none of the above

2. $T : V \to F$ என்ற ஒருபடி உருமாற்றம் ________ என்று அழைக்கப்படும்.

(அ) அற்ப ஒருபடி உருமாற்றம்

(ஆ) செயல்மாறாக் கோர்த்தல்

(இ) தனித்துவமான ஒருபடி உருமாற்றம்

(ஈ) ஒருபடி சார்பு

A linear transformation $T : V \to F$ is called a ________

(a) trivial linear transformation

(b) homomorphism

(c) identity linear transformation

(d) linear functional

3. $R[x]$-ல், $S = \{1, x, x^2, x^3\}$ எனில் $L(S) =$ ________

(அ) $R[x]$

(ஆ) $V_3(R)$

(இ) 3

(ஈ) பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் படி ≤ 3

In $R[x]$, Let $S = \{1, x, x^2, x^3\}$. Then $L(S) =$ ________

(a) $R[x]$

(b) $V_3(R)$

(c) 3

(d) set of all polynomials of degree ≤ 3

4. $M_2(R)$-ல் $\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{pmatrix}\right\}$, எனில் $L(S) =$ ________

(அ) $\left\{\begin{pmatrix}x & 0\\x & 0\end{pmatrix} / x \in R\right\}$ (ஆ) $\left\{\begin{pmatrix}x & 0\\y & 0\end{pmatrix} / x, y \in R\right\}$

(இ) $\left\{\begin{pmatrix}0 & x\\0 & x\end{pmatrix} / x \in R\right\}$ (ஈ) $M_2(R)$

In $M_2(R)$ let $\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{pmatrix}\right\}$. Then $L(S) =$ ________

(a) $\left\{\begin{pmatrix}x & 0\\x & 0\end{pmatrix} / x \in R\right\}$ (b) $\left\{\begin{pmatrix}x & 0\\y & 0\end{pmatrix} / x, y \in R\right\}$

(c) $\left\{\begin{pmatrix}0 & x\\0 & x\end{pmatrix} / x \in R\right\}$ (d) $M_2(R)$

5. உருமாற்றம் 1-1 எனில், $T : V \to W$ என்ற ஒருபடி உருமாற்றம் ———— என அழைக்கப்படும்

(அ) ஒருமை (ஆ) ஒருமை அற்ற

(இ) அடிக்கணம் (ஈ) ஏதும் இல்லை

A linear transformation $T : V \to W$ is called ———— if the transformation is one-to-one.

(a) singular (b) non-singular

(c) basis (d) none

6. V என்பது பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் படி $\leq n$ எனில், $T : V \to V$ என்ற ஒருபடி உருமாற்றம் $T(f) = df/dx$ என்று வரையறுக்கப்படுமாயின், T-தரம் மற்றும் வெற்று கீழ்க்கண்டவற்றில் எது?

(அ) வெற்று $T = 1$; தரம் $T = n$

(ஆ) வெற்று $T = 0$; தரம் $T = n$

(இ) வெற்று $T = 0$; தரம் $T = n+1$

(ஈ) வெற்று $T = 1$; தரம் $T = n+1$

In the linear transformation $T : V \to V$ defined by $T(f) = df/dx$ where V is the set of all polynomials of degree $\leq n$ in $R[x]$, Rank and nullity of T are given by ————

(a) Nullity $T = 1$; rank $T = n$

(b) Nullity $T = 0$; rank $T = n$

(c) Nullity $T = 0$; rank $T = n+1$

(d) Nullity $T = 1$; rank $T = n+1$

7. $\begin{pmatrix} -m & -n \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$-ன் சிறப்பியல்பு சமன்பாடு ————

(அ) $x^2 - mx - n = 0$ (ஆ) $x^2 + mx + n = 0$

(இ) $x^2 + nx + m = 0$ (ஈ) $x^2 + nx + mn = 0$

The characteristic equation of $\begin{pmatrix} -m & -n \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ is ————

(a) $x^2 - mx - n = 0$ (b) $x^2 + mx + n = 0$

(c) $x^2 + nx + m = 0$ (d) $x^2 + nx + mn = 0$

8. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$-ன் சிறப்பியல்பு சமன்பாடு

(அ) $x^2 - 2x + 1 = 0$ (ஆ) $x^2 + 2x + 1 = 0$

(இ) $x^2 + x + 2 = 0$ (ஈ) $x^2 - x - 1 = 0$

The characteristic equation of $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ is

(a) $x^2 - 2x + 1 = 0$ (b) $x^2 + 2x + 1 = 0$

(c) $x^2 + x + 2 = 0$ (d) $x^2 - x - 1 = 0$

9. R^3-ல் பொதுவான உட்பெருக்கல் வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. செங்குத்து கணம் ஆனால் அலகு நெறி அல்ல என்பதற்கான எடுத்துக்காட்டு

(அ) $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$

(ஆ) $\{(1,0,1),(-1,2,1),(2,2,-2)\}$

(இ) $\{(1,0,1),(-1,2,0\}$

(ஈ) $\{(1,0,1),(0,3,0),(-1,0,-1)\}$

In R^3 with standard inner product defined it, an example of an orthogonal but not an orthonormal set is

(a) $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$

(b) $\{(1,0,1),(-1,2,1),(2,2,-2)\}$

(c) $\{(1,0,1),(-1,2,0\}$

(d) $\{(1,0,1),(0,3,0),(-1,0,-1)\}$

10. $V_3(\mathbb{R})$-ல் பொதுவான உட்பெருக்கல் வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் $\|(2,3,-1)\|$-ன் மதிப்பு

(அ) 6 (ஆ) 14

(இ) $\sqrt{14}$ (ஈ) 1

In $V_3(\mathbb{R})$ with standard inner product defined on it, the value of $\|(2,3,-1)\|$ is

(a) 6 (b) 14

(c) $\sqrt{14}$ (d) 1

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) கூட்டுத்தொகையின் வரையறையானது $(a,b)+(c,d)=(ac,bd)$ மற்றும் வழக்கமான பெருக்கத்தினை உடைய $R \times R$ ஒரு வெக்டர் வெளி இல்லை எனக் காட்டு.

Show that $R \times R$ with addition defined by $(a,b)+(c,d)=(ac,bd)$ and usual scalar multiplication is not a vector space.

Or

(ஆ) ஒரு வெக்டர் வெளியின் இரு உள்வெளிகளின் சேர்ப்பு கணம் ஓர் உள்வெளியாக இருக்க போதுமான மற்றும் தேவையான நிபந்தனை ஓர் உள்வெளி மற்றொரு உள்வெளியினுள் இருக்க வேண்டும் என நிறுவுக.

Prove that the union of two subspace of a vector space is a subspace iff one is contained in the other.

12. (அ) V-ன் ஒருபடி சாரும் வெக்டர்களின் கணம் $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ ஆக இருக்க போதுமான மற்றும் தேவையான நிபந்தனை $v_k \in S$ என ஒரு வெக்டர் இருக்குமானால், V_k அதற்கு முந்தைய வெக்டர்களின் ஒருபடிச் சேர்வாக இருக்கும் என நிருபி $v_1, v_2, \ldots, v_{k-1}$.

$S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ is a linearly dependent set of vectors in V iff there exists a vector $v_k \in S$ such that V_k is a linear combination of the preceding vectors $v_1, v_2, \ldots, v_{k-1}$.

Or

(ஆ) முடிவுறு பரிமாணமுடைய வெக்டர் வெளி V-இல் எந்த இரு அடிகணத்திற்கும் சம எண்ணிக்கையிலான உறுப்புகளே இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that any two bases of a finite dimensional vector space V have the same number of elements.

13. (அ) $T : V \to W$ ஒருபடி உருமாற்றம் எனில், $\dim V = \operatorname{rank} T + \operatorname{nullity} T$ என நிரூபி.

Let $T : V \to W$ be a linear transformation. Then prove that $\dim V = \operatorname{rank} T + \operatorname{nullity} T$.

Or

(ஆ) $T : R^2 \to R^2$ என்ற ஒருபடி உருமாற்றம் $T(a,b) = (2a - 3b, a + 4b)$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் அதன் தரம் மற்றும் வெற்று கண்டுபிடி.

Find the rank and nullity of the linear transformation $T : R^2 \to R^2$ defined by, $T(a,b) = (2a - 3b, a + 4b)$.

14. (அ) அணி A-ன் ஐகன் மதிப்பு λ எனில் A^{-1}-ன் ஐகன் மதிப்பு $\dfrac{1}{\lambda}$ என நிறுவுக.

Prove that, if λ is an eigen value of a non-singular matrix A then $\dfrac{1}{\lambda}$ is an eigen value of A^{-1}.

Or

(ஆ) $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் இரு ஐகன் மதிப்புகளை பெருக்கும் போது அதன் மதிப்பு 16 எனில், மூன்றாவது ஐகன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி. மேலும் அணி A-ன் ஐகன் மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகையும் கண்டுபிடி.

The product of two eigen values of the matrix $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ is 16. Find the third eigen value. What is the sum of the eigen values of A.

15. (அ) V என்ற உட்பெருக்க வெளியில் வரையறுக்கப்பட்டுள்ள கீழ்க்காணும் பண்புகளை கொண்டிருக்கும் எனக் காட்டுக.

(i) $\|x\| \geq 0$ and $\|x\| = 0$ iff $x = 0$

(ii) $\|\alpha x\| = |\alpha| \, \|c\|$

(iii) $|\langle x, y\rangle| \leq \|x\| \, \|y\|$

(iv) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

Show that the norm defined in an inner product space V has the following properties.

(i) $\|x\| \geq 0$ and $\|x\| = 0$ iff $x = 0$

(ii) $\|\alpha x\| = |\alpha| \, \|c\|$

(iii) $|\langle x, y\rangle| \leq \|x\| \, \|y\|$

(iv) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

Or

(ஆ) $\langle f, g\rangle = \int_0^1 f(t)\, g(t)\, dt$ என்பது பல்லுறுப்புக் கோவைகளால் ஆன V என்ற வெக்டர் வெளியின் உட்பெருக்க வெளி என்க. மேலும் $f(t) = t + 2$ மற்றும் $g(t) = t^2 - 2t - 3$ எனில்

(i) $\langle f, g\rangle$

(ii) $\|f\|$ இவற்றை கண்டுபிடி.

Let V be the vector space of polynomials with inner product given by $\langle f, g\rangle = \int_0^1 f(t)\, g(t)\, dt$.

Let $f(t) = t + 2$ and $g(t) = t^2 - 2t - 3$. Find

(i) $\langle f, g\rangle$

(ii) $\|f\|$.

SECTION C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) F-ன் வெக்டர்வெளி V என்க. V-ன் வெற்றில்லா உட்கணம் W, V-ன் உள்வெளியாக இருக்க போதுமான மற்றும் தேவையான நிபந்தனை W ஒரு மூடிய கணமாக வெக்டர் கூட்டல் மற்றும் அளவெண் பெருக்கலைப் பொறுத்து V-ல் அமையும் என நிறுவுக.

Let V be a vector space over F. A non-empty subset W of V is a subspace of V iff W is closed with respect to vector addition and scalar multiplication in V.

Or

(ஆ) F-ன் வெக்டர் வெளி V என்க. $S,T \subseteq V$ எனில் கீழ்கண்டவற்றை நிரூபி.

(i) $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$

(ii) $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$

(iii) $L(S) = S \Leftrightarrow S$ என்பது V-ன் உள்வெளி.

Let V be a vector space over F. If $S,T \subseteq V$ then prove the following :

(i) $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$

(ii) $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$

(iii) $L(S) = S \Leftrightarrow S$ is a subspace of V.

17. (அ) ஒருபடி சாரா கணத்தின் எந்த ஒரு உட்கணம் ஒருபடி சாராதவை என நிறுவுக.

Prove that subset of a linearly independent set is linearly independent.

Or

(ஆ) F-ன் ஒரு முடிவுறு பரிமாணங்கள் கொண்ட வெக்டர் வெளி V என்க. V-ன் உள்வெளி A, B எனில் $\dim(A+B) = \dim A + \dim B - \dim(A \cap B)$ என நிரூபி.

Let V be a finite dimensional vector space over a filed F. Let A and B be subspaces of V. Then prove that

$\dim(A+B) = \dim A + \dim B - \dim(A \cap B)$.

18. (அ) F-ன் இரு முடிவுறு பரிமாணம் உடைய வெக்டர் வெளிகள் V மற்றும் W என்க. $\dim V = m$, $\dim W = n$ எனில் $L(V,W)$ mn பரிமாணம் கொண்ட F-ன் ஒரு வெக்டர் வெளி என நிறுவுக.

Let V and W be two finite dimensional vector spaces over a field F. Let $\dim V = m$ and $\dim W = n$. Then Prove that $L(V,W)$ is a vector space of dimension mn over F.

Or

(ஆ) F-ன் $m \times n$ அணிகளைக் கொண்ட கணம் $M_{n \times n}(F)$ ஒரு mn பரிமாணங்களைக் கொண்ட வெக்டர் வெளியாக அணியின் கூட்டல் மற்றும் அளவெண் பெருக்கலை பொறுத்து அமையும் என நிரூபி.

$A + B = (a_{ij} + b_{ij})$ மற்றும் $\alpha A = (\alpha\, a_{ij})$

Prove that the set $M_{n \times n}(F)$ of all $m \times n$ matrices over the field F is a vector space of dimension mn over F under matrix addition and scalar multiplication defined by $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$ and $\alpha A = (\alpha\, a_{ij})$.

19. (அ) $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகள் மற்றும் ஐகன் வெக்டர்களைக் கண்டுபிடி.

Find the eigen value and eigen vector of the matrix $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Or

(ஆ) ஹெய்லி ஹேமில்டன் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி, $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ அணியின் எதிர்மறைக் கண்டுபிடி.

Using Cauchy Hamilton theorem find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

20. (அ) பொதுவான உட்பெருக்கல் கொண்ட $V_3(R)$-ல் $(1,3,4)$ என்ற வெக்டரை உள்ளடக்கிய செங்குத்து தளம் காண்க.

Find an orthogonal basis containing the vector $(1,3,4)$ for $V_3(R)$ with the standard inner product.

Or

(ஆ) V என்பது முடிவுறு பரிமாண உட்பெருக்க வெளி என்க. W என்பது V-ன் உள்வெளி எனில் $V = W \oplus W^{\perp}$ என நிரூபி.

Let V be a finite dimensional inner product space. If W is a subspace of V then prove that $V = W \oplus W^{\perp}$.

Reg. No. : ....

Code No. : 21139 Sub. Code : JAMA 11/ SAMA 11

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

First/Third Semester

Mathematics — Allied

ALGEBRA AND DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $3x^4 - 4x^3 + 2x^2 + x + a = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் பெருக்கல் 21, எனில் a-இன் மதிப்பு ________.

(அ) 7 (ஆ) −7

(இ) −63 (ஈ) 63

If the product of the roots $3x^4 - 4x^3 + 2x^2 + x + a = 0$ is 21, then the value of a is ________.

(a) 7 (b) −7

(c) −63 (d) 63

2. $6x^6 - 25x^5 + 31x^4 - 31x^2 + 25x - 6 = 0$ இன் மூலங்

____________.

(அ) -1 மற்றும் i (ஆ) 1 மற்றும் i

(இ) 1 மற்றும் -1 (ஈ) i மற்றும் $-i$

The equation $6x^6 - 25x^5 + 31x^4 - 31x^2 + 25x - 6$ has ____________ as roots.

(a) -1 and i (b) 1 and i

(c) 1 and -1 (d) i and $-i$

3. $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ என்ற சமன்பாட் இரண்டாம் உறுப்பை நீக்க, இதன் மூலங்க ____________ ஆல் குறைக்கப்பட வேண்டும்.

(அ) 1 (ஆ) 2

(இ) 3 (ஈ) -1

To remove the second term $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ the roots are to diminished by ____________.

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) -1

4. $x^3 - 6x - 13 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மெய் மூ ____________ இடையே இருக்கும்.

(அ) 0 மற்றும் 1 (ஆ) 1 மற்றும் 2

(இ) 3 மற்றும் 4 (ஈ) -1 மற்றும் 0

One real root of $x^3 - 6x - 13 = 0$ lies between ____________.

(a) 0 and 1 (b) 1 and 2

(c) 3 and 4 (d) -1 and 0

I_2 -இன் சிறப்பியல்பு சமன்பாடு ____________.

(அ) $x^2 + 2x + 1 = 0$ (ஆ) $x^2 - 2x + 1 = 0$

(இ) $x^2 - x - 1 = 0$ (ஈ) $x^2 + x + 1 = 0$

The characteristic equation of I_2 is ____________.

(a) $x^2 + 2x + 1 = 0$ (b) $x^2 - 2x + 1 = 0$

(c) $x^2 - x - 1 = 0$ (d) $x^2 + x + 1 = 0$

அணி A -யின் ஈகன் மதிப்புகள் $-1, 2, 5$ எனில் $(5A)^{-1}$ இன் ஈகன் மதிப்புகள் ____________.

(அ) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{25}$ (ஆ) $-4, 14, 50$

(இ) $1, 4, 25$ (ஈ) $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{25}$

If the eigen values of A are $-1, 2, 5$, then eigen values of $(5A)^{-1}$ are ____________.

(a) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{25}$ (b) $-4, 14, 50$

(c) $1, 4, 25$ (d) $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{25}$

7. $z = f(x^2 - y^2)$ -இல் f -யை நீக்கினால் கிடைக்கும் பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாடு ______.

(அ) $\frac{p}{q} = \frac{-x}{y}$ (ஆ) $\frac{p}{q} = \frac{x}{y}$

(இ) $px - qy = 0$ (ஈ) $px + qy = 0$

Eliminating f from $z = f(x^2 - y^2)$, we got the partial differential equation ______.

(a) $\frac{p}{q} = \frac{-x}{y}$ (b) $\frac{p}{q} = \frac{x}{y}$

(c) $px - qy = 0$ (d) $px + qy = 0$

8. $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$ -இன் தீர்வு ______.

(அ) $x = c_1 y, x = c_2 z$

(ஆ) $y = c_1 x^2, y = c_2 z$

(இ) $x = c_1 y^2, x = c_2 z$

(ஈ) $x = c_1 y, y = c_2 z^2$

The solution of $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$ is ______.

(a) $x = c_1 y, x = c_2 z$

(b) $y = c_1 x^2, y = c_2 z$

(c) $x = c_1 y^2, x = c_2 z$

(d) $x = c_1 y, y = c_2 z^2$

9. $L(te^{-t}) =$ ______.

(அ) $\frac{1}{s+1}$ (ஆ) $\frac{2}{(s+1)^2}$

(இ) $\frac{1}{(s+1)^2}$ (ஈ) $\frac{1}{(s-1)^2}$

$L(te^{-t}) =$ ______.

(a) $\frac{1}{s+1}$ (b) $\frac{2}{(s+1)^2}$

(c) $\frac{1}{(s+1)^2}$ (d) $\frac{1}{(s-1)^2}$

10. $L^{-1}\left[\frac{s}{s^2-4}\right] =$ ______.

(அ) cos $2t$ (ஆ) cos $4t$

(இ) cosh $2t$ (ஈ) cosh $4t$

$L^{-1}\left[\frac{s}{s^2-4}\right] =$ ______________.

(a) $\cos 2t$ (b) $\cos 4t$

(c) $\cosh 2t$ (d) $\cosh 4t$

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $x^3 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூல... மற்றொரு மூலத்தின் இரு மடங்காக இரு... $343r^2 + 36q^3 = 0$ எனக் காட்டு.

Show that the equation $x^3 + qx + r = 0$ wi... have one root twice another i... $343r^2 + 36q^3 = 0$.

Or

(ஆ) $x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 6x + 2 = 0$ இன் ஒரு மூல... $1+\sqrt{-1}$ எனில், சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

Solve the equation $x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 6x + 2 = 0$ given that $1+\sqrt{-1}$ is a root of it.

12. (அ) $4x^5 - 2x^3 + 7x - 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 2-ஆல் அதிகரிக்க கிடைக்கும் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Increase the roots of the equation $4x^5 - 2x^3 + 7x - 3 = 0$ by 2.

Or

(ஆ) $x^3 - 2x - 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் நிறை மூலத்தை இரண்டு தசம இடத் திருத்தமாக நியூட்டனின் முறைப்படி காண்க.

Find the positive root of $x^3 - 2x - 5 = 0$ correct to two decimal places by Newton's method.

13. (அ) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணி $A^2 - 2A - 5I = 0$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்கிறது எனக் காட்டுக. மேலும் A^{-1}-இன் மதிப்பையும் காண்க.

Show that $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^2 - 2A - 5I = 0$ and hence find A^{-1}.

Or

(ஆ) $A=\begin{bmatrix}-2 & 2 & -3\\ 1 & 1 & -6\\ -1 & -2 & 0\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பிய

சமன்பாட்டினைக் காண்க.

Find the characteristic equation

$$A=\begin{bmatrix}-2 & 2 & -3\\ 1 & 1 & -6\\ -1 & -2 & 0\end{bmatrix}.$$

14. (அ) தீர்க்க : $xyp^2+(x+y)p+1=0$.

Solve : $xyp^2+(x+y)p+1=0$.

Or

(ஆ) $f(x+y+z,\ x^2+y^2-z^2)=0$ என்
சமன்பாட்டிலிருந்து சார்பு 'f'-ஐ நீக்க கிடைக்
பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாட்டினைக் காண்க.

Find the partial differential equation eliminating the arbitrary function f $f(x+y+z,\ x^2+y^2-z^2)=0$.

15. (அ) காண்க : $L\left[\dfrac{e^{3t}-e^{-2t}}{t}\right]$.

Find $L\left[\dfrac{e^{3t}-e^{-2t}}{t}\right]$.

Or

(ஆ) காண்க : $L^{-1}\left[\dfrac{s+3}{(s^2+6s+13)^2}\right]$.

Find $L^{-1}\left[\dfrac{s+3}{(s^2+6s+13)^2}\right]$.

SECTION C — $(5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $8x^4-90x^3+315x^2-405x+162=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் பெருக்க தொடரில் இருப்பின், சமன்பாட்டினைத் தீர்க்கவும்.

Solve the equation $8x^4-90x^3+315x^2-405x+162=0$ given that the roots are in G.P.

Or

(ஆ) தீர்க்கவும் : $6x^5-x^4-43x^3+43x^2+x-6=0$.

Solve : $6x^5-x^4-43x^3+43x^2+x-6=0$.

17. (அ) $x^4-12x^3+48x^2-72x+35=0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரண்டாவது உறுப்பை நீக்கி தீர்வு காண்க.

Solve $x^4-12x^3+48x^2-72x+35=0$ by removing the second term.

Or

(ஆ) ஹார்னரின் முறையைப் பயன்படு
$x^3 + 6x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் நே
மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாக காண்க.

Find the positive root of $x^3 + 6x - 2$ = correct to two decimal places by usi Horner's method.

18. (அ) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் ஈகன் மதிப்
மற்றும் ஈகன் வெக்டரைக் காண்க.

Find the eigen values and the eigen vecto of $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Or

(ஆ) கேலே-ஹேமல்டன் தேற்றத்
$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு சரிபா
அதன் மூலம் A^{-1} கண்டுபிடி.

Verify Cayley-Hamilton theorem and hen find A^{-1} for the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

19. (அ) தீர்க்கவும் :

(i) $y + px = x^4 p^2$

(ii) $z = px + qy - 2\sqrt{pq}$.

Solve :

(i) $y + px = x^4 p^2$

(ii) $z = px + qy - 2\sqrt{pq}$.

Or

(ஆ) தீர்க்கவும் :

$x(y^2 + z)p - y(x^2 + z)q = (x^2 - y^2)z$.

Solve : $x(y^2 + z)p - y(x^2 + z)q = (x^2 - y^2)z$.

20. (அ) (i) $L[t e^{2t} \cos 5t]$

(ii) $L^{-1}\left[\log\left(\frac{s^2+9}{s^2+1}\right)\right]$ ஆகியவற்றின்
மதிப்புகளைக் காண்க.

Find

(i) $L[t e^{2t} \cos 5t]$

(ii) $L^{-1}\left[\log\left(\frac{s^2+9}{s^2+1}\right)\right]$

Or

(ஆ) இலாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்ப
தீர்க்கவும் :

$y'' + 5y' + 6y = e^{-t}$; $y(0) = 0$ மற்றும் $y'(0) = 1$

Using Laplace transform, sol
$y'' + 5y' + 6y = e^{-t}$ given that $y(0) =$
$y'(0) = 1$.

Reg. No. : ....

Code No. : R 21142 Sub. Code : JAST 21/ SAST 21

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Second/Fourth Semester

Statistics – Allied

STATISTICS – II

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. Paasheயின் குறியீட்டெண் மற்றும் L-லாஸ்பியரின் குறியீட்டெண் எனில் பௌலியின் குறியீட்டெண் B = ————————.

(அ) $(LP)^{\frac{1}{2}}$ (ஆ) $\frac{LP}{2}$

(இ) $\frac{L+P}{2}$ (ஈ) $(L+P)^{\frac{1}{2}}$

If P-Paasche's index number and L-Laspey[...] index number then Bowley's index num[...] B = ____________.

(a) $(LP)^{\frac{1}{2}}$

(b) $\frac{LP}{2}$

(c) $\frac{L+P}{2}$

(d) $(L+P)^{\frac{1}{2}}$

2. மற்ற எல்லா குறியீட்டெண்களை விடவும் மிக சி[...] குறியீட்டெண் ____________ ஆகும்.

(அ) பாஷேயின் குறியீட்டெண்

(ஆ) லாஸ்பியரின் குறியீட்டெண்

(இ) பௌலியின் குறியீட்டெண்

(ஈ) ஃபிஷரின் குறியீட்டெண்

The ideal index number among all Index num[...] is ____________.

(a) Paasche's index number

(b) Laspeyre's index number

(c) Bowley's index number

(d) Fisher's index number

N-ன் மதிப்பு ____________ ஆக இருக்கும் போது பெருங்கூறு உபயோகத்திற்கு வரும்

(அ) ≥ 30 (ஆ) < 30

(இ) குறைந்தபட்சம் 100 (ஈ) இவை எதுமில்லை

Large sample theory is applicable when N is ____________.

(a) ≥ 30 (b) < 30

(c) atleast 100 (d) none of these

சூனிய கருதுகோள் மறுக்கப்படும் பட்சத்தில் முதல் வகை பிழைகள் ஏற்படுமானால் அது ____________.

(அ) உண்மை

(ஆ) தவறு

(இ) பாதி சரி பாதி தவறு

(ஈ) மறுக்கப்படும்

Type I errors are made when we reject a null hypothesis which is ____________.

(a) true

(b) false

(c) half true and half false

(d) rejected

5. 99% நம்பிக்கை எல்லைகள் ஜனத்தொகையின் சராசரி

____

(அ) $\overline{X} \pm \frac{S}{\sqrt{n}} t_{0.01}$

(ஆ) $\overline{X} \pm \sqrt{n} S t_{0.01}$

(இ) $\overline{X} \pm \frac{\sqrt{n}}{S} t_{0.01}$

(ஈ) $\overline{X} \pm \sqrt{\frac{n}{S}}\, t_{0.01}$

The 99% confidence limits for the population me
are ________________.

(a) $\overline{X} \pm \frac{S}{\sqrt{n}} t_{0.01}$ (b) $\overline{X} \pm \sqrt{n} S t_{0.01}$

(c) $\overline{X} \pm \frac{\sqrt{n}}{S} t_{0.01}$ (d) $\overline{X} \pm \sqrt{\frac{n}{S}}\, t_{0.01}$

6. t-சோதனையை அளித்தவர் ________________.

(அ) ஃபிஷர் (ஆ) பியர்சன்

(இ) கோசட் (ஈ) பாஷே

________________ gave the t-test.

(a) Fisher (b) Pearson

(c) Gosset (d) Paasche

N-கண்டறிந்த மதிப்புகள் மற்றும் 't' நடத்தும் முறைகளும் கொண்ட ஒருவழி பாகுபாட்டில் பிழைக்கான வரையற்ற பாகைகள் ________________.

(அ) $N-1$ (ஆ) $t-1$

(இ) $N-t$ (ஈ) $Nt-1$

In the case of one-way classification with 'N' observations and 't' treatments, the error degrees of freedom is ________________.

(a) $N-1$ (b) $t-1$

(c) $N-t$ (d) $Nt-1$

TSS, SSC மற்றும் SSE முறையே 120, 54 மற்றும் 45 என்றுள்ள இருவழி பாகுபாட்டில் SSR-ன் மதிப்பு ________________.

(அ) 21 (ஆ) 66

(இ) 319 (ஈ) இவை எதுமில்லை

In the case of two way classification with 120, 54, 45 respectively as TSS, SSC, SSE, the SSR is ________________.

(a) 21 (b) 66

(c) 319 (d) None of the above

9. குறையுள்ள பொருட்களின் மீது கட்டுப்பாட்டை நிர்ணயிக்க எந்த படத்தை நாம் உபயோகிக்கிறோம்?

(அ) p -படம் (ஆ) $\overline{X}$ -படம்

(இ) R -படம் (ஈ) C -படம்

Which chart is designed to control the number of defects per unit?

(a) p -chart (b) $\overline{X}$ - chart

(c) R -chart (d) C -chart

10. வீச்சு எல்லையின் கட்டுப்பாட்டு எல்லையானது

(அ) $(D_3\overline{R}, D_4\overline{R})$ (ஆ) $(A_2\overline{R}, A_4\overline{R})$

(இ) $(\overline{X}, \overline{R})$ (ஈ) $(B_{3\sigma}, B_{4\sigma})$

Control limits for Range chart is

(a) $(D_3\overline{R}, D_4\overline{R})$ (b) $(A_2\overline{R}, A_4\overline{R})$

(c) $(\overline{X}, \overline{R})$ (d) $(B_{3\sigma}, B_{4\sigma})$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) குறியீட்டெண்களின் சிறப்பியல்புகளைக் கூறுக.

Explain the characteristics of Index numbers.

Or

(ஆ) கீழ்க்காணும் விவரங்களிலிருந்து லாஸ்பியர் மற்றும் பாஷே குறியீட்டு எண்களின் 28:27 என்ற விகிதத்தால் Xன் மதிப்பை காண்க

பொருட்கள்	p_0	q_0	p_1	q_0
A	1	10	2	5
B	1	5	x	2

Find the value of x in the following data if the ratio between Laspeyre's and Paasche's index numbers is 28:27.

Commodities	p_0	q_0	p_1	q_0
A	1	10	2	5
B	1	5	x	2

(அ) ஒரு நாணயம் 800 முறை சுண்டி விடப் பட்டதில் 350 தலை கிடைத்தது எனில் அந்த நாணயம் ஒருபுற சாய்வற்றது என குறிப்பிடத் தக்கதா?

A coin is tossed 800 times and a person gets 350 hears. Can we say that the coin is an unbiased one?

Or

(ஆ) திட்டப்பிழை, முதல் மற்றும் இரண்டாம் வகை பிழைகள் பற்றி சுருக்கமாக விவரி.

Explain briefly the terms standard error, type I and type II errors.

13. (அ) $n_1 = 10; n_2 = 14; s_1 = 1.5; s_2 = 1.2$ எனி
திட்டவிலக்கங்களின் சமநிலையை 5% சிறப்பு கா
மட்டத்தில் ஆய்க.

Test the equality of standard deviations f
the year given below at 5% level
significance.

$n_1 = 10; n_2 = 14; s_1 = 1.5; s_2 = 1.2$

Or

(ஆ) χ^2 -சோதனை வகைகளை சுருக்கமாக விவரி.

Explain briefly the different types of χ^2 -te

14. (அ) ஒரு வழி பாகுபாட்டில் பல்வேறு வர்க்கங்க
கூடுதல்களை அடையும் வழிமுறைகளை விளக்

Explain the procedure of obtaining vari
sums of squares in one-way classification.

Or

(ஆ) சீரற்ற பிளாக் வடிவமைப்பை விவரி.

Explain randomized block design.

15. (அ) புள்ளியியல் தரக் கட்டுப்பாட்டின் நிறை
விவரிக்க.

Explain the advantages of statistical qua
control.

Or

(ஆ) 400 அளவுள்ள 10 மாதிரிகளை சோதனையிடும் போது கீழ்காணும் குறைபாடு அலகுகள் கிடைக்கின்றன :

17, 15, 14, 26, 9, 4, 19, 12, 9, 15 குறை அலகுகளின் எண்ணிக்கைக்கு கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை காண்க. கட்டுப்பாட்டு எல்லையை மற்றும் அதன் குறிப்புகளை வரைக. இம்முறை கட்டுப்பாடு உள்ளதா இல்லையா என்று கூறு.

An inspection of 10 samples of size 400 each from lots revealed the following number of defective units :

17, 15, 14, 26, 9, 4, 19, 12, 9, 15. Calculate control limits for the number of defective units. lot control limits and the observations and state whether the process is under control or not.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விரபங்களைக் கொண்டு ஃபிஷர் குறியீட்டெண்ணைக் காண்க. மேலும் இது கால மாற்றுச் சோதனை மற்றும் காரணி மாற்று சோதனைகளை நிறைவு செய்யும் என காட்டு.

பொருள்	A	B	C	D
ஆண்டு விலை (ரூ.)	5	6	4	3
ஆண்டு அளவு	50	40	120	30
...ல்)				
...ண்டு விலை (ரூ.)	7	8	5	4
...ண்டு அளவு (குவிண்டால்)	60	50	110	35

Construct, with the help of data given below Fisher's index number and show that satisfies both time reversal test and facto reversal test.

Commodity	A	B	C
Base year price in Rupees	5	6	4
Base year quantity in Quintals	50	40	120
Current year price in Rupees	7	8	5
Current year quantity in Quintals	60	50	110

Or

(ஆ) லாஸ்பியர் மற்றும் பாஷேயி முறைகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசத் எழுதுக.

Write down the difference betwe Laspeyre's and Paasche's methods.

17. (அ) மூன்று நிலங்களை ஒவ்வொன்றிலும் 10 வ கோதுமை பயிரிடப்பட்டன. அவற்றிலிரு ஏக்கருககு 1000 கிலோ கிராம் என விளைச் பெறப்பட்டது. வகைகளுக்கிடையே உ விளைச்சல் வேறுபாடு குறிப்பிடத்தக்கதா எ சோதி.

நிலங்கள்/ வகை	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	மொத்தம்
I	7	7	14	11	9	6	9	8	12	9	
II	8	9	13	10	9	7	13	13	11	11	
III	7	6	16	11	12	5	12	11	11	11	
மொத்தம்	22	22	43	32	30	18	34	32	34	31	298

10 varieties of wheat are grown in three plots each and the following yields in 1000 kgms/acre are obtained as below. Test the significance of the difference between variety yields

Plots/ Variety	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
I	7	7	14	11	9	6	9	8	12	9	
II	8	9	13	10	9	7	13	13	11	11	
III	7	6	16	11	12	5	12	11	11	11	
Total	22	22	43	32	30	18	34	32	34	31	298

Or

(ஆ) 8 அளவுகளைக் கொண்ட இரண்டு தனித்த கூறுகளின் மதிப்புகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இரண்டு கூறுகளுக்கு இடையே உள்ள கூட்டு சராசரிகளின் வித்தியாசத்தை சோதனை செய்க.

கூறு I	49	53	51	52	47	50	52	53
கூறு II	52	55	52	53	50	54	54	53

Two independent samples of 8 items had the below values. Is the difference between the means of samples significant?

Sample I	49	53	51	52	47	50	52	53
Sample II	52	55	52	53	50	54	54	53

18. (அ) பின்வரும் விபரங்களுக்கு ஒட்டுறவு கெழு[illegible] கணக்கிட்டு அதன் முக்கியத்துவத்தை சோதித்திடு[illegible]

X	23	27	28	29	30	31	33	35	36
Y	18	23	23	24	25	26	28	29	30

Compute the correlation coefficient for t[illegible] given data and test for its significance.

X	23	27	28	29	30	31	33	35	36
Y	18	23	23	24	25	26	28	29	30

Or

(ஆ) 12 நோயாளிகளுக்கு ஒரு மரு[illegible] கொடுக்கப்பட்டதால் கீழ்க்கண்ட மாறு[illegible] அவர்களின் இரத்த அழுத்தத்தில் தெரிகிறது.

5, 2, 8, –1, 3, 0, –2, 1, 5, 0, 4, 6 இதிலிரு[illegible] அம்மருந்து இரத்த அழுத்தத்தை பொது[illegible] அதிகரிக்கும் என கூற இயலுமா? (5% மட்டத்[illegible] 't'-ன் அட்டவணை மதிப்பு 2.201)

A medicine given to 12 patients show t[illegible] following change in their blood press[illegible] 5, 2, 8, –1, 3, 0, –2, 1, 5, 0, 4, 6. Can it [illegible] concluded that the medicine will in gene[illegible] increase the blood pressure? (Value of 't' [illegible] 5% level is 2.201),

(அ) பின்வரும் லாட்டின் சதுர அமைப்பில் வரிசை மாற்றங்களை ஆய்வு செய்

A8	C18	B9
C9	B18	A16
B11	A10	C20

Analyse the variance in the above Latin square.

A8	C18	B9
C9	B18	A16
B11	A10	C20

Or

(ஆ) பின்வரும் விபரங்களுக்கு வேறுபாட்டு பகுப்பாய்வு செய்க

A	B	C	D
08	12	18	13
10	11	12	09
12	09	16	12
08	14	06	16
07	14	08	15

Make an analysis of variance of t
data

A	B	C	D
08	12	18	13
10	11	12	09
12	09	16	12
08	14	06	16
07	14	08	15

20. (அ) கட்டுப்பாட்டு படாங்களின் வகைகளை வி

Explain the types of control charts.

Or

(ஆ) R-படத்தை UCL_R மற்றும் LCL_R உடன்

Explain R-chart with UCL_R and LC

Reg. No. : ....

ode No. : 21137 Sub. Code : JMMA 31/ JMMC 31

(CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Third Semester

Mathematics — Main

REAL ANALYSIS — I

(Also common to Maths / Maths with Computer Applications – Main)

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

S என்பது அதிக மதிப்புடைய உறுப்பு எனில், $\max S =$ ________

(அ) வரம்பிற்கு மேல்

(ஆ) வரம்பிற்கு கீழ்

(இ) சிறுமம்

(ஈ) பெருமம்

If S has a maximum element, th
max S = ————

(a) Bounded above

(b) Bounded below

(c) Infimum

(d) Supremum

2. காஷி–ஸ்குவார்ஷ் சமமின்மையின் வடிவமா
$|(a-b)^2| \leq$ ————

(அ) $|a|^2 - |b|^2$ (ஆ) $|a.b|^2$

(இ) $\|a.b\|^2$ (ஈ) $\|a\|^2 \|b\|^2$

In the Cauchy-Schwarz inequalitgy of the fo
$|(a-b)^2| \leq$ ————

(a) $|a|^2 - |b|^2$ (b) $|a.b|^2$

(c) $\|a.b\|^2$ (d) $\|a\|^2 \|b\|^2$

3. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,.... என்ற தொடர் ———— அழைக்கப்படும்.

(அ) காஷி தொடர்

(ஆ) ஃபிபனாக்கி தொடர்

(இ) பெருக்கல் தொடர்

(ஈ) இசைத் தொடர்

The sequence 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,.... is called ————

(a) Cauchy sequence

(b) Fibonacci sequence

(c) Geometric sequence

(d) Harmonic sequence

$\lim_{n\to\infty} \frac{n(n+1)}{n^2}$ = ————.

(அ) 1 (ஆ) 0

(இ) −1 (ஈ) ∞

$\lim_{n\to\infty} \frac{n(n+1)}{n^2}$ = ————.

(a) 1 (b) 0

(c) −1 (d) ∞

$(a_n) \to l$ எனில் $\left(\frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}\right) \to l$ எனும் முடிவானது ————

(அ) காஷியின் முதலாம் எல்லை தேற்றம்

(ஆ) காஷியின் இரண்டாம் எல்லை தேற்றம்

(இ) சிசரோ தேற்றம்

(ஈ) குவிதலுக்கான காஷியின் பொதுக் கொள்கை

If $(a_n) \to l$ then $\left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}\right) \to l$. T

result is known as ______

(a) Cauchy's first limit theorem

(b) Cauchy's second limit theorem

(c) Ceasaro's theorem

(d) Cauchy's general principle of convergence

6. காஷி தொடருக்கான உதாரணம் ______

(அ) $\left(\frac{1}{n}\right)$ (ஆ) (n)

(இ) $\left((-1)^n\right)$ (ஈ) $\left(n^2\right)$

Example of Cauchy sequence is ______

(a) $\left(\frac{1}{n}\right)$ (b) (n)

(c) $\left((-1)^n\right)$ (d) $\left(n^2\right)$

7. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ என்ற கூட்டுத்தொடர் S-ல் குவியும் எ

______.

(அ) $\lim_{n\to\infty} a_n = S$ (ஆ) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

(இ) $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ (ஈ) $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converges to S then ______.

(a) $\lim_{n\to\infty} a_n = S$ (b) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

(c) $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ (d) $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$

$a_n = \frac{2^n n!}{n^n}$ எனில் $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_n + 1} =$ ______.

(அ) $2e$ (ஆ) e

(இ) $1/e$ (ஈ) $e/2$

If $a_n = \frac{2^n n!}{n^n}$ then $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_n + 1} =$ ______.

(a) $2e$ (b) e

(c) $1/e$ (d) $e/2$

$1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \dots$ என்ற கூட்டுத் தொடர்

(அ) குவியும் (ஆ) விரியும்

(இ) ஊசலாகும் (ஈ) ∞ -க்கு விரியும்

The series $1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \dots$

(a) converges (b) diverges

(c) oscillates (d) diverges to ∞

10. $\sum \frac{1}{n^2} = s$ எனில் $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \ldots\ldots =$ ______

(அ) S (ஆ) $\frac{S}{2}$

(இ) $\frac{3}{4}S$ (ஈ) $\frac{5}{2}S$

If $\sum \frac{1}{n^2} = s$ then $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \ldots\ldots =$ ______

(a) S (b) $\frac{S}{2}$

(c) $\frac{3}{4}S$ (d) $\frac{5}{2}S$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) a மற்றும் b மெய்யெண்க, கொண்டு $a \leq b +$ அனைத்து $\in > 0$ க்கும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எனில் $a \leq b$ என நிரூபி.

Given real numbers a and b such th $a \leq b + \varepsilon$ for every $\in > 0$ then prove th $a \leq b$.

Or

(ஆ) $a \geq 0$ எனில் சமனின்மை $|x| \leq a$ ஆக இரு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தன $-a \leq x \leq a$ என நிறுவுக.

If $a \geq 0$ then prove that the inequal $|x| \leq a$ if and only if, $-a \leq x \leq a$.

12. (அ) $((-1)^n)$ என்ற தொடர் குவியாது என நிறுவுக.

Prove that the sequence $((-1)^n)$ is not convergent.

Or

(ஆ) $\lim_{n\to\infty}\left(n^{1/n}\right) = 1$ எனக் காட்டுக.

Show that $\lim_{n\to\infty}\left(n^{1/n}\right) = 1$

13. (அ) $p > 0$ எனில் $\lim_{n\to\infty} \frac{\log_n}{n^p} = 0$ எனக் காட்டுக.

Show that $\lim_{n\to\infty} \frac{\log_n}{n^p} = 0$ if $p > 0$.

Or

(ஆ) குவிதலுக்கான காஷியின் பொதுக் கொள்கையைக் காண்க.

State and prove Cauchy's general principle of convergence.

14. (அ) $\sum \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டு.

Show that $\sum \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}$.

Or

(ஆ) $\sum \frac{1}{(\log n)^n}$ என்ற கூட்டுத்தொடரின் குவி

தன்மையை ஆராய்க.

Test the convergence of $\sum \frac{1}{(\log n)^n}$.

15. (அ) முழுமையாக குவியும் தொடர் குவியும் என நிரூ

Prove that any absolutely convergent ser is convergent.

Or

(ஆ) ஏபெலின் சோதனையை எழுதி நிறுவுக.

State and Prove Abel's test.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} +$ எனில் ஒரு விகிதமுறா எண் நிறுவுக.

If $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$ th prove that the number e is irrational.

Or

(ஆ) காஷி-ஸ்குவார்ஷ் சமனின்மையை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Cauchy-Schwarz inequalit

(அ) எந்தவொரு தொடரும் இரு வெவ்வேறு எல்லைகளில் குவியாது என நிறுவுக.

Prove that a sequence cannot converge to two different limits.

Or

(ஆ) $a > 0$ ஏதாவதொரு என்பது ஒரு மெய்யெண் எனில் $\lim_{n\to\infty}\left(a^{1/n}\right) = 1$ என காட்டுக.

Show that $\lim_{n\to\infty}\left(a^{1/n}\right) = 1$, where $a > 0$ is any real number.

18. (அ) $\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ எனக் காட்டுக.

Show that the $\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$.

Or

(ஆ) காஷியின் இரண்டாம் எல்லைத் தேற்றத்தினைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Cauchy's second limit theorem.

19\. (அ) ஒப்பீட்டு சோதனையைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Comparison test.

Or

(ஆ) கும்மர் சோதனையை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Kummer's test.

20\. (அ) லெபினிட்ஸ் சோதனையை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Leibnitz's test.

Or

(ஆ) மெர்டனின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Merten's theorem.

———————

Reg. No. : ....

Code No. : 21280 **Sub. Code : JMMA 41/ JMMC 41**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Fourth Semester

Mathematics – Main

ABSTRACT ALGEBRA

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer:

1. $(Z, -\{0\}, \odot)$ என்ற குலத்தின் 3–ன் நேர்மாறு ————.

(அ) 2 (ஆ) 3

(இ) 4 (ஈ) 5

In $(Z, -\{0\}, \odot)$ the inverse of 3 is ————.

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 5

2. G என்ற குலத்தில் 'a' என்ற உறுப்பின் வரிசை x எனில் a^{-1} என்ற உறுப்பின் வரிசை

(அ) -1 (ஆ) $-x$

(இ) x (ஈ) x^{-1}

If the order of an element 'a' in a group G is x then the order of the element a^{-1} is

(a) -1 (b) $-x$

(c) x (d) x^{-1}

3. $(Z_6, \oplus)$ என்ற குலத்தின் பிறப்பாக்கிகளின் கணம்

(அ) $\{1, 5\}$ (ஆ) $\{1, 2, 4\}$

(இ) $\{1, 2, 5\}$ (ஈ) $\{2, 3, 5\}$

The set of generators of the group $(Z_6, \oplus)$ is

(a) $\{1, 5\}$ (b) $\{1, 2, 4\}$

(c) $\{1, 2, 5\}$ (d) $\{2, 3, 5\}$

4. G என்பது ஒரு முடிவுறு குலம் என்க. H என்பது G−ன் உட்குலம் என்க. $[G:H] = |G|$ எனில் H என்பது

(அ) $\{e\}$ (ஆ) G

(இ) H (ஈ) e

Let G be a finite group and H be a subgroup of G. If $[G:H] = |G|$ then H is

(a) $\{e\}$ (b) G

(c) H (d) e

5. $f : (Z, +) \rightarrow (\mathbb{R}^*, \cdot)$, $f(x) = 2^x$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் f என்ற புனல் சார்பின் உட்கரு

(அ) $\{1\}$ (ஆ) $\mathbb{Z}$

(இ) $\{1, -1\}$ (ஈ) $\{0\}$

The kernel of the homomorphism $f : (Z, +) \rightarrow (\mathbb{R}^*, \cdot)$ defined by $f(x) = 2^x$ is

(a) $\{1\}$ (b) $\mathbb{Z}$

(c) $\{1, -1\}$ (d) $\{0\}$

6. $\mathbb{R}^* / \{1, -1\} \cong$ ————.

(அ) $\mathbb{R}^+$ (ஆ) $\mathbb{R}^*$

(இ) $\mathbb{R}$ (ஈ) $\{1, -1\}$

$\mathbb{R}^*/\{1,-1\} \cong$ ______.

(a) $\mathbb{R}^+$ (b) $\mathbb{R}^*$

(c) $\mathbb{R}$ (d) $\{1,-1\}$

7. முடிவில்லாத சமனியற்ற பரிமாற்று வளையத்தின் எடுத்துக்காட்டு

(அ) $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ (ஆ) $(Z_n,\oplus\odot)$

(இ) $(2\mathbb{Z},+,\cdot)$ (ஈ) $(Q,+,\cdot)$

An example of an infinite commutative ring without identity

(a) $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ (b) $(Z_n,\oplus\odot)$

(c) $(2\mathbb{Z},+,\cdot)$ (d) $(Q,+,\cdot)$

8. வளையம் $M_2(\mathbb{R})$-ல் உள்ள அலகு உறுப்பு ______.

(அ) $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ (ஆ) $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

(இ) $\begin{pmatrix}2 & 4\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ (ஈ) $\begin{pmatrix}4 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

In the ring $M_2(\mathbb{R})$, the unit element is ______

(a) $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix}2 & 4\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix}4 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

9. $\mathbb{Z}$-ன் ஈவுகளின் புலம் ______.

(அ) Q (ஆ) $\mathbb{N}$

(இ) $\mathbb{Z}$ (ஈ) ஏதுமில்லை

Field of quotients of $\mathbb{Z}$ is ______.

(a) Q (b) $\mathbb{N}$

(c) $\mathbb{Z}$ (d) None

10. $f(x), g(x) \in Z_4[x]$ மற்றும் $f(x) = x^2 + 3x + 1$; $g(x) = 2x^2 + x$ எனில் $f(x).g(x)$-ன் படி ______.

(அ) 3 (ஆ) 4

(இ) 2 (ஈ) 1

If $f(x), g(x) \in Z_4[x]$ be defined as $f(x) = x^2 + 3x + 1$ and $g(x) = 2x^2 + x$ then degree of $f(x).g(x)$ is ______.

(a) 3 (b) 4

(c) 2 (d) 1

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) G என்பது ஒரு குலம் மற்றும் $H = \{a / a \varepsilon G, ax = xa, \forall x \varepsilon G\}$ என்க. H என்பது G –ன் உட்குலம் என நிரூபி.

Let G be a group and $H = \{a / a \varepsilon G, ax = xa, \forall x \varepsilon G\}$. Prove that H is a subgroup of G.

Or

(ஆ) G ஒரு குலம் மற்றும் 'a' என்பது n–வரிசையுடைய G–ன் உறுப்பு என்க. $a^m = e$ என்றால் மட்டுமே n, m–யை வகுக்கும் என காட்டு.

Let G be a group and 'a' be an element of order. 'n'. Show that $a^m = e$ iff n divides m.

12. (அ) G என்பது இரண்டை எண்ணிக்கைக் கொண்ட உறுப்புகளை உடைய ஒரு முடிவுறு குலம் எனில் குறைந்தபட்சம் வரிசை 2 உடைய ஒரு உறுப்பேனும் G–யில் இருக்கும் என நிறுவுக.

If G is a finite group with even number of element then prove that G contains atleast one element of order 2.

Or

(ஆ) A, B ஆகியன முடிவுறு குலம் G–ன் உட்குலங்கள் மற்றும் A என்பது B–யின் உட்குலம் எனில் $[G:A] = [G:B][B:A]$ என நிறுவுக.

Let A and B be subgroup of a finite group G such that A is a subgroup of B. Show that $[G:A] = [G:B][B:A]$.

13. (அ) ஒரு பரிமாற்று குலத்தின் எந்தவொரு உட்குலமும் நேர்மை உட்குலம் என நிரூபி.

Prove that every subgroup of an abelian group is normal.

Or

(ஆ) $f : G \to G'$ ஒரு புனல் சார்பு என்க. f ஒரு 1–1 சார்பு என்றால் மட்டுமே f–ன் உட்கரு $\{e\}$ என நிரூபி.

Let $f : G \to G'$ be a homomorphism. Prove that f is 1–1 $\ker f = \{e\}$.

14. (அ) பூச்சிய வகுப்பான்கள் இல்லாத ஒரு முடிவுறு பரிமாற்று வளையம் R ஆனது ஒரு புலம் ஆகும் என நிறுவுக.

Prove that a finite commutative ring R without zero-divisors is field.

Or

(ஆ) F என்ற புலத்திற்கு F-ம் $\{0\}$-ம் மட்டுமே கருத்தியல்களாக இருக்கும் என காட்டுக.

Show that the only ideals of a field F are F and $\{0\}$.

15. (அ) ஒரே ஒரின சார்பு $f:Q\to Q$ என்பது ஒரு சமனி சார்பு என நிரூபி.

Prove that the only isomorphism $f:Q\to Q$ is the identity map.

Or

(ஆ) $R[x]$ ஒரு தொகுப்பு களம் என்றால் மட்டுமே R ஒரு தொகுப்பு களம் ஆகும் என நிரூபி.

Prove that $R[x]$ is an integral domain iff R is an integral domain.

PART C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) A, B ஆகியன G என்ற குலத்தின் உட்குலங்கள் என்க. AB என்பது G-ன் உட்குலம் என்றால் மட்டுமே $AB = BA$ என நிரூபி.

Let A and B be two subgroups of a group G, prove that AB is a subgroup of G if and only if $AB = BA$.

Or

(ஆ) G என்ற குலத்தின் இரு உட்குலங்களின் சேர்ப்புகணம் ஒரு உட்குலம் என்றால் மட்டுமே ஒன்று மற்றொன்றின் உள் இருக்கும் என காட்டுக.

Prove that the union of two subgroups of a group G is a subgroup if and only if one is contained in the other.

17. (அ) H மற்றும் K ஆகியன குலம் G யின் இரு முடிவுறு உட்குலங்கள் எனில் $|HK| = \dfrac{|H||K|}{|H\cap K|}$ என நிரூபி.

Let H and K be two finite subgroups of a group G. Prove that $|HK| = \dfrac{|H||K|}{|H\cap K|}$

Or

(ஆ) லக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove Lagrange's theorem.

18. (அ) எந்தவொரு குலம் G-க்கும் Aut G ஒரு குலம் மற்றும் $I(G)$ என்பது Aut G-ன் நேர்மை உட்குலம் என நிறுவுக.

For any group G, show that Aut G is a group and $I(G)$ is normal subgroup of Aut G.

Or

(ஆ) கெல்லியின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Cayley's theorem.

19. (அ) R என்பது சமனி உறுப்புடன் கூடிய பரிமாற்று வளையம் என்க. R –ன் ஒரு கருத்தியல் M ஒரு மிகுவரை கருத்தியல் $\Leftrightarrow R/M$ ஒரு புலம் என நிரூபி.

Let R be a commutative ring with identify. Prove that an ideal M of R is a maximal ideal $\Leftrightarrow R/M$ is a field.

Or

(ஆ) கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக :

(i) Z_n என்பது ஒரு தொகுப்புக் களம் $\Leftrightarrow n$ ஒரு பகா எண்.

(ii) ஒரு தொகுப்பு களத்தின் சிறப்பியல்பு 0 அல்லது ஒரு பகா எண்.

Prove the following :

(i) Z_n is an integral domain $\Leftrightarrow n$ is a prime number.

(ii) The characteristics of an integral domain is either 0 or a prime number.

20. (அ) எந்தவொரு தொகுப்பு களத்தையும் ஒரு புலத்தில் பதிக்க முடியும் என நிறுவுக.

Prove that every integral domain can be embedded in a field.

Or

(ஆ) வகுத்தல் படிமுறையை கூறி நிறுவுக.

State and prove division algorithm.

Reg. No. : ....

Code No. : 20827 **Sub. Code : GMMA 52/ GMMC 52**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Fifth Semester

Mathematics/Maths with CA — Main

REAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2012 – 2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — $(10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. முழுக்களின் கணம் ————————.

(அ) எண்ணிடத்தக்கது

(ஆ) எண்ணிடத்தக்கது அல்ல

(இ) முடிவுறு கணம்

(ஈ) ஏதுமில்லை

The set of all integers is ————.

(a) countable (b) uncountable

(c) a finite set (d) none

2. தனித்த யாப்பு வெளியில் ஒரு வெற்றற்ற உட்கணத்தின் விட்டம் ————.

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) ∞ (ஈ) -1

The diameter of any non-empty subset in a discrete metric space is

(a) 0 (b) 1

(c) ∞ (d) -1

3. $\text{Int}(A \cup B) =$ ———— $\text{Int}\, A \cup \text{Int}\, B$.

(அ) $\subseteq$ (ஆ) $=$

(இ) $\supseteq$ (ஈ) $\neq$

$\text{Int}(A \cup B) =$ ———— $\text{Int}\, A \cup \text{Int}\, B$.

(a) $\subseteq$ (b) $=$

(c) $\supseteq$ (d) $\neq$

4. $(0,1]$ என்ற யாப்பு வெளியில் $\left(\frac{1}{n}\right)$ என்பது ———— தொடர்.

(அ) குவியும் (ஆ) காஷி

(இ) (அ) மற்றும் (ஆ) (ஈ) ஏதுமில்லை

In the metric space $(0,1]$, the sequence $\left(\frac{1}{n}\right)$ is a ———— sequence.

(a) Convergent (b) Cauchy

(c) Both (a) and (b) (d) None

5. $f(x) = x^2$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ள $f : R \to R$ என்ற சார்பு ————.

(அ) தொடர்ச்சியானது

(ஆ) சீரான தொடர்ச்சியானது

(இ) தொடர்ச்சியானதல்ல

(ஈ) (அ) மற்றும் (ஆ)

$f : R \to R$ defined by $f(x) = x^2$ is ————.

(a) continuous

(b) uniformly continuous

(c) not continuous

(d) both (a) and (b)

6. f என்பது தொடர்ச்சியான இருமை சார்பு எனில் f^{-1} என்பது

(அ) தொடர்ச்சியானது

(ஆ) தொடர்ச்சியானது அல்ல

(இ) தொடர்ச்சியாக இருக்கத் தேவையில்லை

(ஈ) ஏதுமில்லை

If f is a continuous bijection, then f^{-1} ______.

(a) is continuous

(b) is not continuous

(c) need not be continuous

(d) none

7. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது பிணைக்கப்படாத கணம்?

(அ) R (ஆ) $[1,2] \cup [2,3]$

(இ) $[1,2] \cup [3,4]$ (ஈ) $[1,3] \cup [2,4]$

Which of the following is not a connected set?

(a) R (b) $[1,2] \cup [2,3]$

(c) $[1,2] \cup [3,4]$ (d) $[1,3] \cup [2,4]$

8. ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட உறுப்புகள் கொண்ட தனித்த யாப்பு வெளி ______.

(அ) பிணைக்கப்பட்டது (ஆ) பிணைக்கப்படாதது

(இ) தொடர்ச்சியானது (ஈ) ஏதுமில்லை

Any discrete metric space with more tan one point is ______.

(a) connected (b) disconnected

(c) continuous (d) none

9. R என்பது

(அ) பிணைக்கப்பட்டதல்ல

(ஆ) அடக்கமானதல்ல

(இ) அடக்கமானது

(ஈ) தொடர்ச்சியானது

R is

(a) not connected (b) not compact

(c) compact (d) continuous

10. R-ல் $[0, \infty)$

(அ) அடக்கமானது

(ஆ) மூடியது ஆனால் அடக்கமானதல்ல

(இ) திறந்தது ஆனால் அடக்கமானது அல்ல

(ஈ) திறந்தது

In R, $[0, \infty)$ is

(a) compact

(b) closed but not compact

(c) open but not compact

(d) open

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) A -ம் B -ம் எண்ணிடத்தக்கவை எனில் $A \times B$ -ன் எண்ணிடத்தக்கவை என நிரூபி.

If A and B are countable sets, then prove that $A \times B$ is also countable.

Or

(ஆ) வெற்றற்ற கணம் M -ன் மீது, $d(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad x = y \\ 1 & \text{if} \quad x \neq y \end{cases}$ என வரையறு. d என்பது M மீது ஒரு மெட்ரிக் எனக்காட்டுக.

On a non-empty set M, define $d(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad x = y \\ 1 & \text{if} \quad x \neq y \end{cases}$. Prove that d is a metric on M.

12. (அ) (M, d) என்பது ஒரு யாப்பு வெளி என்க. $A \subseteq M$ எனில் A-க்குள் அடங்கிய அனைத்து திறந்த கணங்களின் சேர்ப்பு Int A -க்கு சமம் என நிரூபி.

Let (M, d) be a metric space. If $A \subseteq M$, then prove that Int $A =$ Union of all open sets contained in A.

Or

(ஆ) (M, d) என்பது ஒரு யாப்பு வெளி என்க. எனில் எந்த ஒரு குவியும் தொடரும் காஷி தொடர் என நிரூபி.

Let (M, d) be a metric space. Show that any convergent sequence is a Cauchy sequence.

13. (அ) (M_1, d_1) மற்றும் (M_2, d_2) ஆகியன இரு யாப்பு வெளிகள் என்க. $a \in M_1$ $f : M_1 \to M_2$ என்ற சார்பு a-ல் தொடர்ச்சியானதாக இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே $(x_n) \to a \Rightarrow (f(x_n)) \to f(a)$ என நிரூபி.

If (M_1, d_1) and (M_2, d_2) are two metric spaces. Let $a \in M_1$. Prove that $f : M_1 \to M_2$ is continuous at a if and only if $(x_n) \to a \Rightarrow (f(x_n)) \to f(a)$.

Or

(ஆ) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ என வரையறுக்கப்பட்ட $f : (0,1) \to R$ என்ற சார்பு சீரான தொடர்ச்சியற்றது எனக்காட்டுக.

Show that the function $f : (0,1) \to R$ defined by $f(x) = \dfrac{1}{x}$ is not uniformly continuous.

14. (அ) இடைமதிப்புத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove the intermediate value theorem.

Or

(ஆ) தொடர்ச்சியான சார்பின் கீழ் பிணைக்கப்பட்ட கணத்தின் பிம்பமும் பிணைக்கப்பட்டது என நிரூபி.

Show that any continuous image of a connected set is connected.

15. (அ) ஒரு யாப்பு வெளியின் எந்தவொரு அடக்கமான உட்கணமும் மூடியது என நிரூபி.

Prove that any compact subset of a metric space is closed.

Or

(ஆ) ஒரு யாப்பு வெளியில் எந்தவொரு மொத்த வரம்புக்குட்பட்ட உட்கணமும் வரம்புக்குட்பட்டது என நிரூபி. மேலும் இதன் மறுதலை உண்மையல்ல எனக் காட்டுக.

In a metric space, show that any totally bounded subset is bounded. Also prove that its converse is not true.

SECTION C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) (M, d) ஒரு யாப்பு வெளி என்க. $d_1(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$ என வரையறு. d_1 என்பது M-ன் மீது ஒரு மெட்ரிக் எனக்காட்டுக.

Let (M, d) be a metric space. Define $d_1(x, y) =$ சிறுமம $\{1, d(x, y)\}$. Prove that d_1 is a metric on M.

Or

(ஆ) (M, d) ஒரு யாப்பு வெளி என்க. $\rho(x, y) = \dfrac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$ என வரையறு. d-ம் ρ-ம் சமான மெட்ரிக்குகள் என நிரூபி.

Let (M, d) be a metric space. Define $\rho(x, y) = \dfrac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$. Prove that d and ρ are equivalent metrics on M.

17. (அ) M என்பது ஒரு யாப்பு வெளி மற்றும் $A \subseteq M$ எனில் $\overline{A} = A \cup D(A)$ எனக்காட்டுக.

Let M be a metric space and $A \subseteq M$. Then show that $\overline{A} = A \cup D(A)$.

Or

(ஆ) கான்டாரின் வெட்டுத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove cantor's intersection theorem.

18\. (அ) f என்பது தொடர்ச்சியானதாக இருந்தால் மற்றும் இருந்தால் மட்டுமே எந்தவொரு திறந்தகணத்தின் எதிர்மாறு பிம்பமும் திறந்தகணமாக இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that f is continuous if and only if inverse image of every open set is open.

Or

(ஆ) $f:[a,b]\to R$ என்பது ஒரு சீரான சார்பு. எனில் $[a,b]$-ல் f தொடர்ச்சியற்றதாக இருக்கும் புள்ளிகளின் கணம் எண்ணத்தக்கது என நிரூபி.

Let $f:[a,b]\to R$ be a monotonic function. Show that the set of points of $[a,b]$ at which f is discontinuous is countable.

19\. (அ) M என்பது பிணைக்கப்பட்டது என இருந்தால் மற்றும் இருந்தால் மட்டுமே $f:M\to\{0,1\}$ என உள்ள எந்த ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பும் மேலான சார்பாக அமையாது என நிரூபி.

Prove that M is connected if and only if every continuous function $f:M\to\{0,1\}$ is not onto.

Or

(ஆ) R-ன் உள்வெளி பிணைக்கப்பட்டதாக இருந்தால் மற்றும் இருந்தால் மட்டுமே அது ஓர் இடைவெளியாக இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Prove that a subspace R is connected if and only if it is an interval.

20\. (அ) ஹெயின்-போரல் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove Heine-Borel theorem.

Or

(ஆ) ஒரு அடக்கமான யாப்பு வெளியிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு யாப்பு வெளிக்கு வரையறுக்கப்படும் எந்தவொரு தொடர்ச்சியான சார்பும் சீரான தொடர்ச்சியானதாக இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that any continuous mapping defined on a compact metric space into any other metric space is uniformly continuous.

Reg. No. : ....

Code No. : 20828 Sub. Code : GMMA 61/ GMMC 61

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Sixth Semester

Mathematics/Maths with CA — Main

COMPLEX ANALYSIS

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — $(10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $|z| = 1$, என்ற வட்டத்தைப் பொறுத்து a -ன் நேர்மாறு

(அ) a (ஆ) $1/a$

(இ) $\bar{a}$ (ஈ) $1/\bar{a}$

In the circle $|z| = 1$, the inverse of a is

(a) a (b) $1/a$

(c) $\bar{a}$ (d) $1/\bar{a}$

2. $\left(\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^{3/4}$ -ன் மூலங்களின் எண்ணிக்கை

(அ) 3 (ஆ) 2

(இ) 4 (ஈ) 1

The number of values of $\left(\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^{3/4}$ is

(a) 3 (b) 2

(c) 4 (d) 1

3. $f(z)=u+iv$ என்ற பகுமுறைச் சார்பின் மெய், கற்பனைப் பகுதிகள்

(அ) பகுமுறைச் சார்புகள்

(ஆ) நேரிய உருமாற்றம்

(இ) இசைச் சார்புகள்

(ஈ) எதுவுமே இல்லை

The real and imaginary parts of the analytic function $f(z)=u+iv$ are

(a) analytic (b) conformal

(c) harmonic (d) none

4. $\lim_{z\to 1+i}(z^2-5z+10) =$ ________.

(அ) $5-3i$ (ஆ) $15-3i$

(இ) $7i+5$ (ஈ) $-3i-15$

$\lim_{z\to 1+i}(z^2-5z+10) =$ ________.

(a) $5-3i$ (b) $15-3i$

(c) $7i+5$ (d) $-3i-15$

5. $(z, -1, 0, 1)$ -ன் மதிப்பு

(அ) $\frac{z}{1-z}$ (ஆ) $\frac{-2z}{z-1}$

(இ) $\frac{2z}{1+z}$ (ஈ) $\frac{2z}{z-1}$

The value of $(z, -1, 0, 1)$ is = ________.

(a) $\frac{z}{1-z}$ (b) $\frac{-2z}{z-1}$

(c) $\frac{2z}{1+z}$ (d) $\frac{2z}{z-1}$

6. $w = z + b$ -ன் நிலைப்புள்ளிகள் $z =$ ________.

(அ) 0 (ஆ) ∞

(இ) 0 மற்றும் ∞ (ஈ) 1

The fixed points of $w = z + b$ is $z =$ ________.

(a) 0 (b) ∞

(c) 0 and ∞ (d) 1

7. C என்பது $|z| = r$ என்ற வட்டம் எனில், $\int_C \frac{dz}{z}$-ன் மதிப்பு

(அ) πi (ஆ) $2\pi i$

(இ) 2π (ஈ) π

If C is the circle $|z| = r$, then the value of $\int_C \frac{dz}{z}$ is

(a) πi (b) $2\pi i$

(c) 2π (d) π

8. மொரைராவின் தேற்றத்தில் உள்ள கட்டுப்பாடு

(அ) $\int_C f(z)\, dz = 0$ (ஆ) $f(z) =$ மாறிலி

(இ) $\int_C \frac{f(z)}{z} dz = 0$ (ஈ) $\int_C f(z)\, dz \neq 0$

The condition for Morera's theorem is

(a) $\int_C f(z)\, dz = 0$ (b) $f(z) =$ constant

(c) $\int_C \frac{f(z)}{z} dz = 0$ (d) $\int_C f(z)\, dz \neq 0$

9. $f(z)$ என்ற சார்பில் 'a' என்ற தனித்த மடிப்புப் புள்ளி ஒரு துருவம் $\Leftrightarrow \lim_{z\to a} f(z) =$ ________.

(அ) ∞ (ஆ) 0

(இ) 1 (ஈ) -1

An isolated singularity 'a' of $f(z)$ is a pole $\Leftrightarrow \lim_{z\to a} f(z) =$ ________.

(a) ∞ (b) 0

(c) 1 (d) -1

10. $z = 0$ என்னும் புள்ளியில் $\cot z$ -ன் எச்சம்

(அ) π (ஆ) πi

(இ) 0 (ஈ) 1

The residue of $\cot z$ at $z = 0$ is

(a) π (b) πi

(c) 0 (d) 1

PART B — $(5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) z_1 மற்றும் z_2 ஆகியன இரு சிக்கல் எண்கள் எனில், $(z_1, z_2 \neq 0)$ $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2$ என நிரூபி.

If z_1 and z_2 are any two non-zero complex numbers, prove that $(z_1, z_2 \neq 0)$ $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2$.

Or

(ஆ) $f(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_n = 0$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டின் மூலம் 'α' எனில், $\overline{\alpha}$ -ம் அதன் மூலம் என நிரூபி. $(a_0, a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$, $a_0 \neq 0)$.

If α is a root of the polynomial equation $f(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_n = 0$ where $a_0, a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ and $a_0 \neq 0$, prove that $\overline{\alpha}$ is also a root.

12. (அ) $f(z) = e^{-x}(\cos y - \sin y)$ என்ற சார்பிற்கு $C-R$ சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.

Verify $C-R$ equations for the function $f(z) = e^{-x}(\cos y - \sin y)$.

Or

(ஆ) $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ என்பது ஒரு பகுமுறைச் சார்பு மற்றும் $u(x,y) = \frac{\sin 2x}{\cosh 2y + \cos 2x}$ எனில், $f(z)$ -ஐக் கண்டுபிடி.

If $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ is an analytic function and $u(x,y) = \frac{\sin 2x}{\cosh 2y + \cos 2x}$, find $f(z)$.

13. (அ) $z = 2, i, -2$ என்ற z-தள புள்ளிகளை முறையே $w = 1, i, -1$ என்ற w-தள புள்ளிகளுக்கு சேர்க்கும் இருபடி நேரிய உருமாற்றத்தைக் காண்க.

Find the bilinear transformation which maps the points $z = 2, i, -2$ of the z-plane onto the points $w = 1, i, -1$ of the w-plane.

Or

(ஆ) $w = \frac{1}{z}$ என்ற சார்பு எதிர்வு மற்றும் பிரதிபலிப்பு ஆகியவற்றின் சேர்வுகள் எனக் காட்டுக.

Show that the mapping $w = \frac{1}{z}$ is a combination of inversion and reflection.

14. (அ) $\left|\int_a^b f(t)\,dt\right| \le \int_a^b |f(t)|\,dt$ எனக் காட்டுக.

Prove that $\left|\int_a^b f(t)\,dt\right| \le \int_a^b |f(t)|\,dt$.

Or

(ஆ) மீப்பெருமட்டுத் தேற்றத்தைக் கூறி அதனை நிரூபி.

State and prove maximum modulus theorem.

15. (அ) $|z|<1$ எனில் $f(z)=\dfrac{z}{(z-1)(2-z)}$ சார்பை லாரண்ட் தொடரில் விரித்து எழுதுக.

Expand $f(z)=\dfrac{z}{(z-1)(2-z)}$ is a Laurent's series valid for $|z|<1$.

Or

(ஆ) லாரண்ட்-ன் தொடரைப் பயன்படுத்தி $z=1$-ல் $\dfrac{e^{2z}}{(z-1)^2}$-ன் எச்சத்தைக் காண்க.

Use Laurent's series to find the residue of $\dfrac{e^{2z}}{(z-1)^2}$ at $z=1$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) z_1, z_2, z_3 என்ற புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைகள் எனில் $z_1^2+z_2^2+z_3^2 = z_1 z_2+z_2 z_3+z_3 z_1$ என நிறுவுக.

If the points z_1, z_2, z_3 are the vertices of an equilateral triangle, prove that $z_1^2+z_2^2+z_3^2 = z_1 z_2+z_2 z_3+z_3 z_1$.

Or

(ஆ) z_1 மற்றும் z_2 என்ற புள்ளிகள் $\bar{\alpha}z+\alpha\bar{z}+\beta=0$ என்ற கோட்டிற்கு பிரதிபலிப்பு புள்ளிகளாக இருக்கத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை $\bar{\alpha}z_1+\alpha\bar{z}_2+\beta=0$ என நிறுவுக.

Prove that z_1 and z_2 are reflection points for the line $\bar{\alpha}z+\alpha\bar{z}+\beta=0$ iff $\bar{\alpha}z_1+\alpha\bar{z}_2+\beta=0$.

17. (அ) $f(z)=\begin{cases}\dfrac{x^3(1+i)-y^3(1-i)}{x^2+y^2} & \text{if } z\neq 0\\ 0 & \text{if } z=0\end{cases}$ என்ற சார்பு

$C-R$ சமன்பாடுகளை ஆதிப்புள்ளியில் பூர்த்தி செய்கிறது என்றும் $z=0$ என்ற புள்ளியில் $f'(z)$ வகையிடத்தக்கதாக இல்லை எனவும் நிரூபி.

Prove that the function

$f(z)=\begin{cases}\dfrac{x^3(1+i)-y^3(1-i)}{x^2+y^2} & \text{if } z\neq 0\\ 0 & \text{if } z=0\end{cases}$ satisfie

$C-R$ equations at the origin but $f'(z)$ do not exists at $z=0$.

Or

(ஆ) $u(x,y)=e^{-x}\{(x^2-y^2)\cos y+2xy\sin y\}$ என்ப $f(z)$ என்ற பகுமுறைச் சார்பின் மெய்ப் பகுதியா இருப்பின் $f(z)$-ஐக் காண்க.

Find the analytic function $f(z)$ if its re part is $u(x,y)=e^{-x}\{(x^2-y^2)\cos y+2xy\sin y\}$

18. (அ) மெய் அச்சுவையும், $|w|=1$ என்ற ஓரலகு வட்டத்தையும் சேர்க்கும் எந்த இருபடி மாற்றமும் $w=e^{i\lambda}\left(\dfrac{z-\alpha}{z-\overline{\alpha}}\right)$ (λ ஒரு மெய்) என்ற உருவில் எழுத முடியும் என நிரூபி. மேலும், இந்த இருபடி மாற்றம் மேல் அரைத்தளம் $\operatorname{Im} z\geq 0$-ஐ ஓரலகு வட்டத்துடன் $|w|\leq 1$ சேர்க்கத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை $\operatorname{Im}\alpha>0$ என நிரூபி.

Any bilinear transformation which maps the real axis onto unit circle $|w|=1$ can be written in the form $w=e^{i\lambda}\left(\dfrac{z-\alpha}{z-\overline{\alpha}}\right)$ where λ is real. Further this transformation maps the upper half plane $\operatorname{Im} z\geq 0$ onto the unit circular disc $|w|\leq 1$ iff $\operatorname{Im}\alpha>0$.

Or

(ஆ) நான்கு புள்ளிகள் ஒரு வட்டத்தின் மேல் இருக்கும் எனில் அவற்றின் குறுக்கு விகிதம் மெய் என நிரூபி.

Prove that the cross ratio of four points is real when the points lie on a circle.

19. (அ) C என்பது $|z|=3$ எனில் $\int_C \frac{e^z}{(z+2)(z+1)^2}dz$ -ன்

மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\int_C \frac{e^z}{(z+2)(z+1)^2}dz$ where C i

$|z|=3$.

Or

(ஆ) $f(z)=\frac{z-1}{z+1}$ என்ற சார்பை (i) $z=0$ என்

புள்ளியைச் சுற்றியும், (ii) $z=1$ என்ற புள்ளியை

சுற்றியும், டெய்லரின் தொடரில் விரித்து எழுது

மேலும், குவியும் பகுதியை (i)-க்கு

(ii)-க்கும் கண்டுபிடி.

Expand $f(z)=\frac{z-1}{z+1}$ as a Taylor's seri

(i) about the point $z=0$ (ii) about the poi

$z=1$. Determine the region of convergen

in each case.

20. (அ) ரூச்செஸ்-சின் தேற்றத்தைக் கூறி அதை நிரூபி.

State and prove Rouche's theorem.

Or

(ஆ) $\frac{1}{z-\sin z}$ ன் முனைகளையும், எச்சங்களையு

காண்க.

Find the poles and residues of $\frac{1}{z-\sin z}$

Reg. No. : ....

Code No. : R 21141 Sub. Code : JAST 11/ SAST 11

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

First/Third Semester

Statistics — Allied

STATISTICS — I

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. முதல் மைய திருப்புத்திறன், $\mu_1 =$ ____________.

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) −1 (ஈ) $\bar{x} - A$

The first central moment, $\mu_1 =$ ____________.

(a) 0 (b) 1

(c) −1 (d) $\bar{x} - A$

2. பௌலியின் கோணல் கெழுவானது ————

(அ) $\dfrac{Q_3 + Q_1 - 2\,\text{இடைநிலை}}{Q_3 + Q_1}$

(ஆ) $\dfrac{Q_3 - Q_1 - 2\,\text{இடைநிலை}}{Q_3 - Q_1}$

(இ) $\dfrac{Q_3 + Q_1 - 2\,\text{இடைநிலை}}{Q_3 - Q_1}$

(ஈ) $\dfrac{Q_3 + Q_1 - \text{இடைநிலை}}{Q_3 - 2Q_1}$

The Bowley's coefficient of skewness ————.

(a) $\dfrac{Q_3 + Q_1 - 2\,\text{Median}}{Q_3 + Q_1}$

(b) $\dfrac{Q_3 - Q_1 - 2\,\text{Median}}{Q_3 - Q_1}$

(c) $\dfrac{Q_3 + Q_1 - 2\,\text{Median}}{Q_3 - Q_1}$

(d) $\dfrac{Q_3 + Q_1 - \text{Median}}{Q_3 - 2Q_1}$

x-ன் மீதான y-ன் உடன்தொடர்பு கெழுவானது ————.

(அ) $r\dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}$ (ஆ) $r\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$

(இ) $\dfrac{\sigma_y}{r\sigma_x}$ (ஈ) $\dfrac{\sigma_x}{r\sigma_y}$

The regression coefficient of y on x is ————.

(a) $r\dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}$ (b) $r\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$

(c) $\dfrac{\sigma_y}{r\sigma_x}$ (d) $\dfrac{\sigma_x}{r\sigma_y}$

தர ஒட்டுறவுக் கெழு ρ-ன் தவறான கூற்றானது ————.

(அ) $-1 < \rho < 1$ (ஆ) $-1 \le \rho \le 1$

(இ) $0 < \rho < 1$ (ஈ) $-\infty < \rho < \infty$

For rank correlation coefficient ρ, the correct statement is ————.

(a) $-1 < \rho < 1$ (b) $-1 \le \rho \le 1$

(c) $0 < \rho < 1$ (d) $-\infty < \rho < \infty$

5. ஏதாவது மூன்று பண்பு தொகுதிகளிலிருந்து, அ
மொத்த அதிர்வெண் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையா
______.

(அ) 3^3 (ஆ) 2^3

(இ) 3^2 (ஈ) 7

For any three given attributes total number
class frequencies is ______

(a) 3^3 (b) 2^3

(c) 3^2 (d) 7

6. ஒரு ஊரில் 1000 மக்களிடம் நடத்தப்பட்ட கரு
கணிப்பில் 800 பேர் காபி அருந்தவும், 700 பேர்
அருந்தவும், 660 பேர் காபி மற்றும் டீ இரண்டை
அருந்த விரும்புகின்றனர் எனில் காபி மற்றும்
இரண்டையும் விரும்பாதவர்களின் எண்ணிக்கையா
______.

(அ) 40 (ஆ) 100

(இ) 160 (ஈ) 200

A survey reveals that out of 1000 people in
locality 800 like coffee; 700 like tea; 660 like bo
coffee and tea. The number of people liking neith
coffee nor tea is ______.

(a) 40 (b) 100

(c) 160 (d) 200

$f(x)=c\left(\frac{1}{3}\right)^x$; $x=1, 2, \ldots$ என்ற சமவாய்ப்பு அடர்த்தி
சார்பின், c-ன் மதிப்பு ______.

(அ) $\frac{1}{2}$ (ஆ) 2

(இ) 1 (ஈ) 0

The value for c, for the probability density function
$f(x)=c\left(\frac{1}{3}\right)^x$; $x=1, 2, \ldots$ is ______.

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 2

(c) 1 (d) 0

X என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் திட்ட விலக்கம் $\sqrt{8}$ மற்றும்
சராசரி 2 எனில் $E(X^2)$ ______.

(அ) 4 (ஆ) 8

(இ) 12 (ஈ) 0

The standard deviation of the random variable X
is $\sqrt{8}$ and its mean is 2. Then, $E(X^2)$ is
______.

(a) 4 (b) 8

(c) 12 (d) 0

9. ஈருறுப்பு பரவல் $B\left(7, \frac{1}{4}\right)$-ன் மாதிரி மதிப்பு ________.

(அ) $\frac{1}{4}$ (ஆ) $\frac{29}{4}$

(இ) $\frac{7}{4}$ (ஈ) 1 மற்றும் 2

Mode of the Binomial distribution $B\left(7, \frac{1}{4}\right)$ ________.

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{29}{4}$

(c) $\frac{7}{4}$ (d) 1 and 2

10. பாய்சான் பரவலில், $P(X=0)=k$ எனில் மாறுபாடு ________.

(அ) e^k (ஆ) e^{-k}

(இ) $\log_e k$ (ஈ) $\log_e\left(\frac{1}{k}\right)$

In a Poisson distribution, if $P(X=0)=k$ then the variance is ________.

(a) e^k (b) e^{-k}

(c) $\log_e k$ (d) $\log_e\left(\frac{1}{k}\right)$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) (f_i / x_i) என்ற அதிர்வெண் பரவலில், $\beta_2 \geq 1$ என காட்டுக.

For a frequency distribution (f_i / x_i), show that $\beta_2 \geq 1$.

Or

(ஆ) கீழ்க்காணும் தகவல்களை நேர்கோட்டில் பொருத்துக :

x	0	1	2	3	4
y	2.1	3.5	5.4	7.3	8.2

Fit a straight line to the following data :

x	0	1	2	3	4
y	2.1	3.5	5.4	7.3	8.2

12. (அ) $-1 \leq r \leq 1$ என காட்டுக.

Show that, $-1 \leq r \leq 1$.

Or

(ஆ) தர ஒட்டுறவுக் கெழு $\rho = 1 - \frac{6\Sigma(x-y)^2}{n(n^2-1)}$ காட்டுக.

Show that, the rank correl[...]
$\rho = 1 - \frac{6\Sigma(x-y)^2}{n(n^2-1)}$.

13. (அ) $A_1, A_2, \ldots, A_n$ என்ற n பண்பு தொகுதிகளுக்கு

$(A_1 A_2 \ldots A_n) \geq (A_1) + (A_2) + \cdots + (A_n) - (n-1)$[...]

என காட்டு. மேலும் N என்பது நிகழ்வு[...] மொத்த எண்ணிக்கை என்க.

Show that n attributes $A_1, A_2, \ldots, A_n$

$(A_1 A_2 \ldots A_n) \geq (A_1) + (A_2) + \cdots + (A_n) - (n-1)$[...]

where N is total number of observations.

Or

(ஆ) யூல்ஸ் கெழு Q மற்றும் இணைப்பு கெழு Y[...] இடையிலான தொடர்பு $Q = \frac{2Y}{1+Y^2}$ என காட்டு[...]

Show that, Yule's coefficient Q and [...] coefficient of colligation Y is related by [...] relation $Q = \frac{2Y}{1+Y^2}$.

1[4]. (அ) எதிர்பார்ப்புகளுக்கான கூடுதல் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

State and prove addition theorem on expectation.

Or

(ஆ) $X_1, X_2, \ldots, X_n$ என்பன தனித்த சமவாய்ப்பு மாறிகள் எனில்,

$M_{X_1+X_2+\cdots+X_n}(t) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t) \cdots M_{X_n}(t)$

என காட்டுக.

If $X_1, X_2, \ldots, X_n$ are independent random variables, then show that $M_{X_1+X_2+\cdots+X_n}(t) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t) \cdots M_{X_n}(t)$.

1[5]. (அ) ஈருறுப்பு பரவலின் முதல் நான்கு திருப்புத் திறன்களை காண்க.

Find the first four moments of Binomial distribution.

Or

(ஆ) X என்பது பாய்சான் மாறி மேலும் $P(X=2) = 9P(X=4) = 90P(X=6)$ எனில் (i) λ, (ii) X-ன் சராசரி, (iii) β_1 ஆகியவற்றை காண்க.

If X is a Poisson variate such that $P(X=2) = 9P(X=4) = 90P(X=6)$. Find (i) λ, (ii) the mean of X (iii) β_1.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) கீழ்க்காணும் பரவலுக்கு β_1 மற்றும் β_2-ன் மதிப்பை கணக்கிடுக.

x	4.5	14.5	24.5	34.5	44.5
f	11	20	16	36	17

Calculate the value of the β_1 and β_2 for the following distribution :

x	4.5	14.5	24.5	34.5	44.5
f	11	20	16	36	17

Or

(ஆ) கீழ்க்காணும் தகவல்களை $y = bx^a$ வளைவில் பொருத்துக.

x	1	2	3	4	5	6
y	1200	900	600	200	110	50

Fit the curve $y = bx^a$ to the following data :

x	1	2	3	4	5	6
y	1200	900	600	200	110	50

17. (அ) மூன்று நடுவர்கள் அழகு போட்டி ஒன்றில் 8 நபர்களுக்கு கீழ்காணும் தரம் இடுகின்றனர் :

நடுவர் திரு. X	1	2	4	3	7	6	5	8
நடுவர் திரு. Y	3	2	1	5	4	7	6	8
நடுவர் திரு. Z	1	2	3	4	5	7	8	6

எனில், எந்த இரு நடுவர்களின் அழகின் கண்ணோட்டம் ஏறத்தாழ சமமாக இருக்கிறது என்று காண்.

Three judges assign the ranks to 8 entries in a beauty contest.

Judge Mr. X	1	2	4	3	7	6	5	8
Judge Mr. Y	3	2	1	5	4	7	6	8
Judge Mr. Z	1	2	3	4	5	7	8	6

Which pair of judges has the nearest approach to common taste in beauty?

Or

(ஆ) θ என்பது இரு உடன்தொடர்பு கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கூர்கோணம் எனில் $\theta \le 1 - r^2$ என காட்டுக.

If θ is the acute angle between the two regression lines show that $\theta \le 1 - r^2$.

18. (அ) $N = 20$; $(A) = 9$; $(B) = 12$; $(C) = 8$; $(AB) = 6$; $(BC) = 4$; $(CA) = 4$; $(ABC) = 3$ எனில் மீதமுள்ள பிரிவு அதிர்வெண்களை காண்க.

Given $N = 20$; $(A) = 9$; $(B) = 12$; $(C) = 8$; $(AB) = 6$; $(BC) = 4$; $(CA) = 4$; $(ABC) = 3$. Find the remaining class frequencies.

Or

(ஆ) கீழ்க்காணும் எந்த நிகழ்வில் A மற்றும் B தனித்தவையாக அல்லது எதிர்மறை இணையானதாக அல்லது நேர்மறை இணையானதாக இருக்கும் என காட்டுக :

(i) $N = 930$, $(A) = 300$, $(B) = 400$, $(AB) = 230$.

(ii) $(AB) = 327$, $(A\beta) = 545$, $(\alpha B) = 741$, $(\alpha\beta) = 235$.

(iii) $(A) = 470$, $(AB) = 300$, $(\alpha) = 530$, $(\alpha B) = 150$.

(iv) $(AB) = 66$, $(A\beta) = 88$, $(\alpha B) = 102$, $(\alpha\beta) = 136$.

Show whether A and B are independent or positively associated or negatively associated in the following cases.

(i) $N = 930$, $(A) = 300$, $(B) = 400$, $(AB) = 230$.

(ii) $(AB) = 327$, $(A\beta) = 545$, $(\alpha B) = 741$, $(\alpha\beta) = 235$.

(iii) $(A) = 470$, $(AB) = 300$, $(\alpha) = 530$, $(\alpha B) = 150$.

(iv) $(AB) = 66$, $(A\beta) = 88$, $(\alpha B) = 102$, $(\alpha\beta) = 136$.

19. (அ) சமச்சீர் பரவல் $f(x) = \frac{2a}{\pi}\left(\frac{1}{a^2 + x^2}\right)$, $-a \le x \le a$ எனில், $\mu_2 = \frac{a^2(4-\pi)}{\pi}$ மற்றும் $\mu_4 = a^4\left(1 - \frac{8}{3\pi}\right)$ என காட்டுக.

Show that for the symmetrical distribution $f(x) = \frac{2a}{\pi}\left(\frac{1}{a^2 + x^2}\right)$, $-a \le x \le a$; $\mu_2 = \frac{a^2(4-\pi)}{\pi}$ and $\mu_4 = a^4\left(1 - \frac{8}{3\pi}\right)$.

Or

(ஆ) குவிவு பரவலுக்கான கூடுதல் பண்பினை எ(டு
நிறுவுக.

State and prove addition property of cumulants.

20. (அ) ஈருறுப்பு பரவலுக்கான முதல் நான்
குவிப்பெருக்கத்தினை தருவி.

Derive the first four cumulants of the Binomial distribution.

Or

(ஆ) பாய்சான் பரவலுக்கான முதல் நான்
திருப்புத்திறன்களை தருவி.

Derive the first four moments of the Poisson distribution.

Reg. No. : ....

Code No. : 21147 **Sub. Code : JSMA 3 A/ JSMC 3 A**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Third Semester

Mathematics/Maths with CA – Main

Skill Based Subject —VECTOR CALCULUS

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer:

1. திசை வகைக்கெழு உச்ச அளவாக இருக்க அது மேற்பரப்பு செங்குத்து மீது ஏற்படுத்தும் கோணம்

(அ) 0

(ஆ) $\frac{\pi}{2}$

(இ) π

(ஈ) இவைகள் யாவும் இல்லை

The directional derivative is maximum when t
angle made by it with the normal to the surface

(a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$

(c) π (d) None of these

2. $\varphi = x + xy^2 + yz^3$ எனில் $\nabla\varphi$–இன் மதிப்பு

(அ) $(x + y^2)\vec{i} + (2xy + z^3)\vec{j} + 3yz\vec{k}$

(ஆ) $(1 + y^2)\vec{i} + (2xy + z^3)\vec{j} + 3yz^2\vec{k}$

(இ) $(1 + z^2)\vec{i} + 2xy\vec{j} + 3yz^2\vec{k}$

(ஈ) $z^2\vec{i} + 2xy\vec{j} + 3y\vec{k}$

If $\varphi = x + xy^2 + yz^3$, then $\nabla\varphi$ is

(a) $(x + y^2)\vec{i} + (2xy + z^3)\vec{j} + 3yz\vec{k}$

(b) $(1 + y^2)\vec{i} + (2xy + z^3)\vec{j} + 3yz^2\vec{k}$

(c) $(1 + z^2)\vec{i} + 2xy\vec{j} + 3yz^2\vec{k}$

(d) $z^2\vec{i} + 2xy\vec{j} + 3y\vec{k}$

3. $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + 3\vec{k}$ எனில் $\nabla.r$–இன் மதிப்பு

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) 2 (ஈ) 3

If $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + 3\vec{k}$ then $\nabla.r$ is

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

$2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ என்ற வெக்டரை சார்ந்துள்ள ஒரு அலகு வெக்டர்

(அ) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{5}$ (ஆ) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{3}$

(இ) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{2}$ (ஈ) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{4}$

The unit vector corresponding to $2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ is

(a) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{5}$ (b) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{3}$

(c) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{2}$ (d) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{4}$

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z \ge 0$ என்ற அரைக் கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

(அ) πa^2 (ஆ) $2\pi a^2$

(இ) $3\pi a^2$ (ஈ) $4\pi a^2$

The surface area of the hemisphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z \ge 0$ is

(a) πa^2 (b) $2\pi a^2$

(c) $3\pi a^2$ (d) $4\pi a^2$

6. எந்த அடைப்பட வளைவரையின் மீதும் $\int \vec{r} \cdot d\vec{r}$ –

மதிப்பு

(அ) 0 (ஆ) 2π

(இ) $-\pi$ (ஈ) π

The value of $\int \vec{r} \cdot d\vec{r}$ along any closed curve is

(a) 0 (b) 2π

(c) $-\pi$ (d) π

7. V என்பது S என்ற மேற்பரப்பால் உண்ட

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற கோளத்தின் கன அளவு எ

$\iint \vec{r} \cdot ds =$

(அ) V (ஆ) 2V

(இ) 3V (ஈ) 4V

If V is the volume of the region enclosed by surface S of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, t

$\iint \vec{r} \cdot ds =$

(a) V (b) 2V

(c) 3V (d) 4V

C என்பது $x^2 + y^2 = 1$ எனும் வட்டம் எனில், $\int (x - 2y)\,dx + x\,dy$ –இன் மதிப்பு

(அ) π (ஆ) 2π

(இ) 3π (ஈ) 4π

If the circle $x^2 + y^2 = 1$, then $\int (x - 2y)\,dx + x\,dy$ is

(a) π (b) 2π

(c) 3π (d) 4π

$x = r\cos\theta$ மற்றும் $y = r\sin\theta$ என்ற உருமாற்றங்களின் ஜேகோபியன்

(அ) r

(ஆ) $r\cos\theta$

(இ) $r\sin\theta$

(ஈ) இவை எதுவுமில்லை

The Jacobian of the transformations $x = r\cos\theta$ and $y = r\sin\theta$ is

(a) r (b) $r\cos\theta$

(c) $r\sin\theta$ (d) none of the above

10. $\iint \vec{A}.ds = \iiint (\nabla \cdot \vec{A})\, dV$ என்பது

(அ) காஸ் டைவர்ஜன்ஸ் தேற்றம்

(ஆ) கிரீன் தேற்றம்

(இ) ஸ்டோக் தேற்றம்

(ஈ) இவைகள் யாவும் இல்லை

$\iint \vec{A}.ds = \iiint (\nabla \cdot \vec{A})\, dV$ is

(a) Gauss divergence theorem

(b) Green's theorem

(c) Stoke's theorem

(d) none of the above

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 6$ என்ற மேற்பரப்பில் (2, 0, 1) என்ற புள்ளியில் ஒரு அலகு செங்குத்து வெக்டரை காண்க.

Find the unit vector normal to the surface $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 6$ at $(2,0,1)$.

Or

(ஆ) $\nabla\varphi = (6xy + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}$ எனில் φ–இன் மதிப்புக் காண்க.

Find φ if

$\nabla\varphi = (6xy + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}$

12. (அ) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ மற்றும் $\vec{r} = |\vec{r}|$ எனில் $\nabla.(r^n\vec{r}) = (n+3)r^n$ என நிரூபிக்கவும்.

If $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ and $\vec{r} = |\vec{r}|$. Show that $\nabla.(r^n\vec{r}) = (n+3)r^n$.

Or

(ஆ) வெக்டர் புள்ளி சார்பு

$(y - z^2 + 3yz - 2x)\vec{i} + (3xz + 2xy)\vec{j}$

$+ (3xy - 2xz + +2z)\vec{k}$

சொலினாய்டல் என நிறுவுக.

Show that the vector point function

$(y - z^2 + 3yz - 2x)\vec{i} + (3xz + 2xy)\vec{j}$

$+ (3xy - 2xz + +2z)\vec{k}$

is solenoidal.

13. (அ) $F = (2xy + z^2)\vec{i} + x^2\vec{j} + 3xz^2\vec{k}$ என்ற வெக்டருக்கு (1,–2,1) மற்றும் (3, 1, 4) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கக் கூடிய ஏதாவது ஒரு வளைவரையின் மீது $\int F.dr$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\int F.dr$ along any curve joinin (1,−2,1) to (3,1,4) to the vector functio $F = (2xy + z^2)\vec{i} + x^2\vec{j} + 3xz^2\vec{k}$

Or

(ஆ) $A = 18z\vec{i} - 12\vec{j} + 3y\vec{k}$ மற்றும் S என்பது மு அரைக்கால் வளாகத்தில் உள் $2x + 3y + 6z = 12$ எனில் $\iint A \cdot ndS$ - மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\iint A \cdot ndS$,

$A = 18z\vec{i} - 12\vec{j} + 3y\vec{k}$ and S is the surf $2x + 3y + 6z = 12$ in the first octant.

14. (அ) $F = x^2 i + y^2 j + z^2 k$ மற்றும் V என் $0 \le x, y, z \le 1$ என்பதால் சூழப்பட்ட கனசது எனில் $\iiint \nabla . F\, dv$ –ஐ மதிப்பை காண்க.

Evaluate $\iiint \nabla . F\, dv$. If $F = x^2 i + y^2 j +$ and if V is the volume of the region enclo by the cube $0 \le x, y, z \le 1$.

Or

(ஆ) $\vec{f} = (x^3 - yz)\,\vec{i} - 2x^2y\vec{j} + 2\vec{k}$ மற்றும் S என்பது $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = a$, $z = a$. ஆகியவற்றால் சூழப்பட்ட கனசதுரம் எனில், காஸின் விரிவு தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\iint \vec{f}.nds$ – ஐக் காண்க.

By using Gauss divergence theorem, find $\iint \vec{f}.nds$ where $\vec{f} = (x^3 - yz)\vec{i} - 2x^2y\vec{j} + 2\vec{k}$ and S is the cube bounded by $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = a$, $z = a$.

15. (அ) C என்பது $y = x^2$ மற்றும் $y^2 = x$ ஆகியவற்றால் உள்ளடக்கப்பட்ட பரப்பிடம் R இன் வரம்பு எனில் கிரீன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $\int (3x^2 - 8y^2)dx + (4y - 6xy)dy$ ஆகியவற்றால் உள்ளடக்கப்பட்ட பரப்பிடம் R –இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

Using Green's theorem evaluate $\int (3x^2 - 8y^2)dx + (4y - 6xy)dy$, where C is the boundary of the region R, enclosed by $y = x^2$ and $y^2 = x$.

Or

(ஆ) $A = y\vec{i} + 2zy\vec{j} + y^2\vec{k}$ மற்றும் S என்ப

$x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$ என்

அரைக்கோளத்தின் மேற்பரப்பு எனி

$\iint(\nabla \times A).dS$ –இன் மதிப்பைக் காண்க.

If $A = y\vec{i} + 2zy\vec{j} + y^2\vec{k}$, evaluate the integr

$\iint(\nabla \times A).dS$, where S is the upper half

the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) (i) $(0,1,1)$ என்ற புள்ளியில் $2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ என்

திசையில் $\varphi = x + xy^2 + yz^3$ என்பதற்கா

திசை வகைக்கெழுவைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(ii) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ மற்றும் $r = |\vec{r}|$ எனி

$\nabla.(\log r) = \frac{\vec{r}}{r^2}$ என நிரூபிக்கவும்.

(i) Find the directional derivative

$\varphi = x + xy^2 + yz^3$ at $(0,1,1)$ in th

direction $2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$

(ii) If $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ and $r = |\vec{r}|$, show th

$\nabla.(\log r) = \frac{\vec{r}}{r^2}$.

Or

(ஆ) $\nabla\varphi = (y + y^2 + z^2)\vec{i} + (x + z + 2xy)\vec{j} + (y + 2zx)\vec{k}$

மற்றும் $\varphi(1,1,1) = 3$ எனில் φ இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

If $\nabla\varphi = (y + y^2 + z^2)\vec{i} + (x + z + 2xy)\vec{j} + (y + 2zx)\vec{k}$

and if $\varphi(1,1,1) = 3$, find φ.

(அ) (i) $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$ எனக் காண்பிக்கவும்.

(ii) φ என்பது ஒரு திசையில்லாத புள்ளிச்சார்பு எனில், φ இன் கிரேடியன்டின் கர்ல் மறையும் என நிரூபிக்கவும்.

(i) Prove that $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$.

(ii) If φ is a scalar point function then prove that the curl of the gradient of φ vanishes.

Or

(ஆ) (i) φ என்பது இசைச்சார்பு எனில் $\nabla\varphi$ என்பது சொலினாய்டல் எனக் காண்பிக்கவும்.

(ii) $(3x^2 + 2y^2 + 1)\vec{i} + (4xy - 3y^2z - 3)\vec{j} + (2 - y^3)\vec{k}$ என்ற வெக்டர் இர்ரொட்டேஷனல் எனக் காண்பிக்கவும்.

(i) If φ is a harmonic function, show th
$\nabla\varphi$ is solenoidal

(ii) Show the vector

$$(3x^2+2y^2+1)\vec{i} + (4xy-3y^2z-3)\vec{j} + (2-y^3)\vec{k} \text{ is irrotational}$$

18. (அ) $A = x\vec{i} + y\vec{j} - 23\vec{k}$ மற்றும் S என்பது $x \circ y$ தளத்திற்கு மேல் உள்ள $x^2+y^2+z^2=a^2$ என் கோளத்தின் மேற்பரப்பு எனில் $\iint A.ndS$ -இ மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

Evaluate $\iint A.ndS$ if $A = x\vec{i} + y\vec{j} - 23\vec{k}$ an S is the surface of the spher $x^2+y^2+z^2=a^2$ above the $x \circ y$-plane.

Or

(ஆ) $\vec{A} = yz\vec{i} + zx\vec{j} - xy\vec{k}$ மற்றும் C என்ப $O(0,0,0)$–யிலிருந்து $A(2,0,0)$ வரையிலு A–யிலிருந்து $B=(2,4,0)$ வரையிலும் மற்று B–யிலிருந்து $C=(2,4,8)$ வரையிலும் உள் நேர்கோடுகளால் ஆன வளைவரை எனில் $\int \vec{A}.d$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

If $\vec{A} = yz\vec{i} + zx\vec{j} - xy\vec{k}$, evaluate $\int \vec{A}.d$ where C is the curve obtained by joinin $O(0,0,0)$ to $A(2,0,0)$ then A to $B=(2,4,0$ and then B to $C=(2,4,8)$ by straight lines.

19. (அ) $A=(x+y)\vec{i} + x\vec{j} + z\vec{k}$ என்ற வெக்டர் $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=1$, $z=0$, $z=1$. என்ற தளங்களை எல்லைகளாகக் கொண்ட கனசதுரத்தின் V என்ற பரப்பிடத்தில் மீது டைவர்ஜன்ஸ் தேற்றத்தை நிவர்த்தி செய்யும் என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

Verify Gauss divergence theorem $A=(x+y)\vec{i} + x\vec{j} + z\vec{k}$ taken over the region V of the cube bounded by the planes $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=1$, $z=0$, $z=1$.

Or

(ஆ) $A = 2x^2y\vec{i} - y^2\vec{j} + 4xz^2\vec{k}$ மற்றும் A என்பது $y^2+z^2=9$ என்ற உருளை மற்றும் $x=2$ என்ற தளம் ஆகியவற்றால் அடைக்கப்பட்டுள்ள கன அளவு எனில் $\iiint \nabla.AdV$ –இன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\iiint \nabla.AdV$ if $A=2x^2y\vec{i}-y^2\vec{j}+4xz^2\vec{k}$ and V is the volume in the first octant bounded by the cylinder $y^2+z^2=9$ and the plane $x=2$.

20. (அ) C என்பது $x=0, y=0, x+y=1$ ஆகியவற்றால் உள்ளடக்கப்பட்ட R என்ற பரப்பிடத்தின் வரம்பு எனில், $\int_C (3x^2-8y^2)dx + (4y-6xy)dy$ என்ற தொகையீடு கிரீன் தேற்றத்தை நிவர்த்திச் செய்யும் என்பதை சரிபார்க்கவும்.

Verify Green's theorem for $\int_C (3x^2 - 8y^2)\,dx$ $(4y - 6xy)\,dy$ where C is the boundary of the region R enclosed by $x = 0, y = 0, x + y = 1$

Or

(ஆ) $A = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$ என்ற வெக்டர் $O(0,0,0)$ $A(a,0,0)$, $B(a,a,0), C(0,a,0)$ ஆகியவற்றை முனைகளாக கொண்ட $x \circ y$ தளத்தில் உள்ள மேற்பரப்பு மற்றும் அதனுடைய வரம்பு ஸ்டோக் தேற்றத்தை நிவர்த்தி செய்யும் என்பதை சரிபார்க்கவும்.

Verify stokes theorem for $A = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$ taken over then square surfaces S in $x \circ y$ place whose vertices are $O(0,0,0)$ $A(a,0,0)$, $B(a,a,0), C(0,a,0)$ and over boundary.

Reg. No. : ....

Code No. : 21148 **Sub. Code : JSMA 4 A/ JSMC 4 A**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Fourth Semester

Mathematics/Maths with CA – Main

Skill Based Subject : TRIGONOMETRY, LAPLACE TRANSFORMS AND FOURIER SERIES

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $\cos^n \theta - nc_2 \cos^{n-2} \theta \sin^2 \theta + \ldots\ldots =$

(அ) $\sin n\theta$ (ஆ) $\cos n\theta$

(இ) $\tan n\theta$ (ஈ) $\cot n\theta$

$\cos^n \theta - nc_2 \cos^{n-2} \theta \sin^2 \theta + \ldots\ldots =$

(a) $\sin n\theta$ (b) $\cos n\theta$

(c) $\tan n\theta$ (d) $\cot n\theta$

2. $-\frac{1}{32}(\cos 6\theta - 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta - 10) =$

(அ) $\sin^6\theta$ (ஆ) $\cos^6\theta$

(இ) $\sin^3\theta\cos^3\theta$ (ஈ) $\sin^2\theta\cos^4\theta$

$-\frac{1}{32}(\cos 6\theta - 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta - 10) =$

(a) $\sin^6\theta$ (b) $\cos^6\theta$

(c) $\sin^3\theta\cos^3\theta$ (d) $\sin^2\theta\cos^4\theta$

3. $\tan(ix) =$

(அ) $\tan hx$ (ஆ) $i\tan hx$

(இ) $\frac{1}{i}\tan hx$ (ஈ) $-i\tan hx$

$\tan(ix) =$

(a) $\tan hx$ (b) $i\tan hx$

(c) $\frac{1}{i}\tan hx$ (d) $-i\tan hx$

4. z, w என்பவை இரு சிக்கலெண்கள் எனில் $z^w =$

(அ) $e^{w\,Log\,z}$ (ஆ) $e^{w\,Log\,z}$

(இ) $e^{z\log w}$ (ஈ) $w\,Log\,z$

If z, w are two complex numbers then $z^w =$

(a) $e^{w\,Log\,z}$ (b) $e^{w\,Log\,z}$

(c) $e^{z\log w}$ (d) $w\,Log\,z$

5. $L(\cos ax) =$

(அ) $\frac{1}{s-a}$ (ஆ) $\frac{s}{s+a}$

(இ) $\frac{s}{s^2+a^2}$ (ஈ) $\frac{a}{s^2+a^2}$

$L(\cos ax) =$

(a) $\frac{1}{s-a}$ (b) $\frac{s}{s+a}$

(c) $\frac{s}{s^2+a^2}$ (d) $\frac{a}{s^2+a^2}$

6. $L^{-1}\left[\frac{1}{s\,(s+a)}\right] =$

(அ) $\frac{e^{-ax}}{a}$ (ஆ) $\frac{1-e^{-ax}}{a}$

(இ) $\frac{1+e^{-ax}}{a}$ (ஈ) $\frac{e^{ax}}{a}$

$L^{-1}\left[\frac{1}{s\,(s+a)}\right] =$

(a) $\frac{e^{-ax}}{a}$ (b) $\frac{1-e^{-ax}}{a}$

(c) $\frac{1+e^{-ax}}{a}$ (d) $\frac{e^{ax}}{a}$

7. $L\,(y') =$ (y' என்பது $\frac{dy}{dx}$)

(அ) $s\,L\,(y)$ (ஆ) $s\,L(y) + y(0)$

(இ) $s\,L\,(y) - y(0)$ (ஈ) 1

$L\,(y') =$ (where $y' = \frac{dy}{dx}$)

(a) $s\,L\,(y)$ (b) $s\,L(y) + y(0)$

(c) $s\,L\,(y) - y(0)$ (d) 1

8. $L^{-1}\left[\frac{s}{a^2 s^2 + b^2}\right] =$

(அ) $\cos\frac{b}{a}x$ (ஆ) $\frac{1}{a}\cos\frac{b}{a}x$

(இ) $\frac{1}{a^2}\cos\frac{a}{b}x$ (ஈ) $\frac{1}{a^2}\cos\frac{bx}{a}$

$L^{-1}\left[\frac{s}{a^2 s^2 + b^2}\right] =$

(a) $\cos\frac{b}{a}x$ (b) $\frac{1}{a}\cos\frac{b}{a}x$

(c) $\frac{1}{a^2}\cos\frac{a}{b}x$ (d) $\frac{1}{a^2}\cos\frac{bx}{a}$

9. $f(x)$ என்பது $(-1, 1)$ல் வரையறுக்கப்பட்ட ஓர் இரட்டை சார்பு எனில், $f(x)$ ன் ஃபூரியர் விரிவாக்கத்தில் எல்லா

(அ) $a_n = 0$ (ஆ) $b_n = 0$

(இ) $a_n \neq 0$ (ஈ) $b_n \neq 0$

If $f(x)$ is an even functions defined in $(-1, 1)$, then in the Fourier expansion of $f(x)$, all

(a) $a_n = 0$ (b) $b_n = 0$

(c) $a_n \neq 0$ (d) $b_n \neq 0$

10. $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + ... =$

(அ) $\frac{\pi}{8}$ (ஆ) $\frac{\pi^2}{8}$

(இ) $\frac{\pi}{12}$ (ஈ) $\frac{\pi^2}{12}$

$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + ... =$

(a) $\frac{\pi}{8}$ (b) $\frac{\pi^2}{8}$

(c) $\frac{\pi}{12}$ (d) $\frac{\pi^2}{12}$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) நிரூபி: $\frac{\sin 7\theta}{\sin \theta} = 7 - 56 \sin^2 \theta + 112 \sin^4 \theta - 64 \sin^6 \theta$.

Prove: $\frac{\sin 7\theta}{\sin \theta} = 7 - 56 \sin^2 \theta + 112 \sin^4 \theta - 64 \sin^6 \theta$.

Or

(ஆ) $\cos^5 \theta \sin^3 \theta$ ஐ sin ல் θ ன் மடங்குகளில் தொடராக விரிவுபடுத்துக.

Expand $\cos^5 \theta \sin^3 \theta$ in a series of sines of multiples of θ.

12. (அ) $\tan h\,(1+i)$ ஐ மெய், கற்பனைப் பகுதிகளாகப் பிரி.

Separate $\tan h\,(1+i)$ into real and imaginary parts.

Or

(ஆ) $i^{x+iy} = A + iB$ எனில் $A^2 + B^2 = e^{-(4n+1)\pi y}$ என
நிரூபி.

If $i^{x+iy} = A + iB$, show that

$$A^2 + B^2 = e^{-(4n+1)\pi y}$$

13. (அ) $L\left(\frac{1-\cos 2x}{x}\right)$ ஐக் காண்க.

Find $L\left(\frac{1-\cos 2x}{x}\right)$.

Or

(ஆ) $L^{-1}\left[\frac{s+2}{(s^2+4s+5)^2}\right]$ ஐக் காண்க.

Find $L^{-1}\left[\frac{s+2}{(s^2+4s+5)^2}\right]$.

14. (அ) $y''+3y'+2y=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=2$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டினை லாப்லேஸ் மாற்றத்தை பயன்படுத்தி தீர்.

Solve $y''+3y'+2y=0$, given $y(0)=1$ and $y'(0)=2$ using Laplace transforms.

Or

(ஆ) தீர் : $(D^2+5D+6)\,y = e^{-x}$, $y(0)=0$, $y'(0)=0$.

Solve: $(D^2+5D+6)\,y = e^{-x}$, given $y(0)=0$ and $y'(0)=0$.

15. (அ) $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ x & 0 \le x \le \pi \end{cases}$ எனில் $f(x)$ ஐ $(-\pi, \pi)$ இடைவெளியில் ஃபூரியர் தொடராக விரிவு செய்க.

If $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ x & 0 \le x \le \pi \end{cases}$, expand $f(x)$ as a Fourier series in the interval $(-\pi, \pi)$.

Or

(ஆ) $f(x) = \pi - x$, ஐ $(0,\pi)$ இடைவெளியில் ஃபூரியர் sine தொடராக விரிவுபடுத்தவும்.

Expand $f(x) = \pi - x$ as a fourier sine series in $(0,\pi)$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $\tan n\theta = \dfrac{nC_1 \tan\theta - nC_3 \tan^3\theta + \ldots}{1 - nC_2 \tan^2\theta + nC_4 \tan^4\theta \ldots}$ என

நிரூபி.

Prove that

$$\tan n\theta = \frac{nC_1 \tan\theta - nC_3 \tan^3\theta + \ldots}{1 - nC_2 \tan^2\theta + nC_4 \tan^4\theta \ldots}.$$

Or

(ஆ) $\cos 8\theta = 128\cos^8\theta - 256\cos^6\theta + 160\cos^4\theta - 32\cos^2 + 1$

என நிரூபி.

Prove that $\cos 8\theta = 128\cos^8\theta - 256\cos^6\theta + 160\cos^4\theta - 32\cos^2 + 1$.

17. (அ) $A + iB = \tan^{-1}(x+iy)$ எனில்

$B = \dfrac{1}{4}\log\left[\dfrac{x^2+(1+y)^2}{x^2+(1-y)^2}\right]$ என நிரூபி.

If $A + iB = \tan^{-1}(x+iy)$ prove that $B = \dfrac{1}{4}\log\left[\dfrac{x^2+(1+y)^2}{x^2+(1-y)^2}\right]$.

Or

(ஆ) $\tan(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$, எனில்

(i) $\theta = \dfrac{n\pi}{2} + \dfrac{\pi}{4}$ (ii) $\phi = \dfrac{1}{2}\log\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\alpha}{2}\right)$ என

நிரூபி.

If $\tan(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$, prove that (i) $\theta = \dfrac{n\pi}{2} + \dfrac{\pi}{4}$ (ii) $\phi = \dfrac{1}{2}\log\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\alpha}{2}\right)$.

18. (அ) பின்வருவனவற்றின் லாப்லாஸ் மாற்றத்தை காண்க.

(i) $x^2 \cosh ax$ (ii) $x \cosh ax$ (iii) $\sin^3 3x$.

Find the laplace transform of the following

(i) $x^2 \cosh ax$ (ii) $x \cosh ax$ (iii) $\sin^3 3x$.

Or

(ஆ) (i) $L^{-1}\left[\dfrac{s}{(s^2+a^2)^2}\right]$ (ii) $L^{-1}\left[\dfrac{1}{s(s+2)^2}\right]$ ஐக் காண்க.

Find (i) $L^{-1}\left[\dfrac{s}{(s^2+a^2)^2}\right]$ (ii) $L^{-1}\left[\dfrac{1}{s(s+2)^2}\right]$.

19. (அ) தீர்: $y''-2y'+y=xe^{x}$ மேலும் $y(0)=0$
$y'(0)=0$.

Solve $y''-2y'+y=xe^{x}$, given that $y(0)=0$
$y'(0)=0$.

Or

(ஆ) தீர்: $y''+2y'+5y=3e^{-x}\sin x$, இதில் $y(0)=$
$y'(0)=3$.

Solve: $y''+2y'+5y=3e^{-x}\sin x$ given th
$y(0)=0$, $y'(0)=3$.

20. (அ) $(0, 2\pi)$ ல் $f(x)=e^{x}$ ஐ ஃபூரியர் விரிவாக்கம் செ

Expand $f(x)=e^{x}$ as a fourier series i
$(0, 2\pi)$.

Or

(ஆ) $y=\cos 2x$ ஐ $(0, \pi)$ ல் sines தொடராக விரி
செய்.

Expand $y=\cos 2x$ as a series of sines
$(0, \pi)$.

Reg. No. : ....

Code No. : 21262 Sub. Code : SMMA 21

(CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Second Semester

Mathematics — Main

ANALYTICAL GEOMETRY OF THREE DIMENSIONS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

திசைக் கொசைன்கள் ——————.

(அ) (0,0,0) (ஆ) (0,1,0)

(இ) (1,0,0) (ஈ) (0,0,1)

The direction cosines of z axis are

(a) (0,0,0) (b) (0,1,0)

(c) (1,0,0) (d) (0,0,1)

2. l_1, m_1, n_1 மற்றும் l_2, m_2, n_2 ஆகியவை இரு தளங்களின் திசைக் கொசைன்கள் எனில்

(அ) $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$

(ஆ) $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$

(இ) $\frac{l_1 m_1}{l_2 m_2} + \frac{m_1 n_2}{m_2 n_1} + \frac{n_1 l_2}{n_2 l_1} = 0$

(ஈ) ஏதுமில்லை

If l_1, m_1, n_1 and l_2, m_2, n_2 are direction cosines of two parallel planes then

(a) $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$

(b) $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$

(c) $\frac{l_1 m_1}{l_2 m_2} + \frac{m_1 n_2}{m_2 n_1} + \frac{n_1 l_2}{n_2 l_1} = 0$

(d) none

$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n} = r$ என்ற சமன்பாடு ———— ஐ குறிக்கும்.

(அ) வட்டம் (ஆ) நேர்கோடு

(இ) நீள்வட்டம் (ஈ) அதிபரவளையம்

$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n} = r$ is the equation of the ————.

(a) Circle (b) Straight line

(c) Ellipse (d) Hyperbola

$\frac{3x-4}{2} = \frac{y-6}{4} = \frac{3z-2}{5}$ என்ற கோட்டின் திசை தகவு ————.

(அ) $\left(\frac{2}{3}, 4, \frac{5}{3}\right)$ (ஆ) $(2, 4, 5)$

(இ) $(4, 6, 2)$ (ஈ) $(6, 4, 5)$

The direction ratio of the line $\frac{3x-4}{2} = \frac{y-6}{4} = \frac{3z-2}{5}$ is ————.

(a) $\left(\frac{2}{3}, 4, \frac{5}{3}\right)$ (b) $(2, 4, 5)$

(c) $(4, 6, 2)$ (d) $(6, 4, 5)$

5. $x^2 + y^2 + +z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$ என்ற கோளத்

மையப்புள்ளி ________.

(அ) (1, 2, 3) (ஆ) (−1, 2, − 3)

(இ) (3, 2, 1) (ஈ) (−1, − 2, − 3)

The centre of the sph

$x^2 + y^2 + +z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$

(a) (1, 2, 3) (b) (−1, 2, − 3)

(c) (3, 2, 1) (d) (−1, − 2, − 3)

6. கோளத்தின் சமன்பாட்டில் xy −ன் கெழு ________

(அ) 2 (ஆ) 0

(இ) 1 (ஈ) − 2

In the equation of sphere the coefficient of

________.

(a) 2 (b) 0

(c) 1 (d) − 2

7. ஒவ்வொரு கோடும் கூம்பினை ________

புள்ளிகளில் சந்திக்கும்.

(அ) 2 (ஆ) 3

(இ) 4 (ஈ) 1

Every line meets the cone in ________ points.

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 1

இருபடி உருளையின் படியானது ________.

(அ) 1 (ஆ) 3

(இ) 2 (ஈ) 4

The degree of the quadric cylinder is

(a) 1 (b) 3

(c) 2 (d) 4

கூம்புருவியின் இணை தளங்களின் பகுதியின் மைய இடமானது ________.

(அ) ஆரம் (ஆ) விட்டம்

(இ) புள்ளி (ஈ) ஏதுமில்லை

The locus of the centre of the parallel plane section of the conicoid is a

(a) Radius (b) Diameter

(c) Vertex (d) None

$3x^2 + y^2 + z^2 = 21$ என்ற கூம்புருவியினை தளம் $2x + y = 7$ தளம் தொட்டுச் செய்கிறது எனில் வெட்டும் புள்ளியானது ________.

(அ) (1, 2, 3) (ஆ) (2, 3, 0)

(இ) (−2, − 3, 0) (ஈ) (2, 3, 1)

If the plane $2x + y = 7$ toches the con
$3x^2 + y^2 + z^2 = 21$ the point of intersection is

(a) (1, 2, 3) (b) (2, 3, 0)

(c) (–2, – 3, 0) (d) (2, 3, 1)

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) (10, 7, 0), (6, 6, – 1) மற்றும் (6, 9, – 4) புள்ளிகள் இருபக்க சம நேர் கோண முக்கோண அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

Show that the points (10, 7, 0), (6, 6, – 1) (6, 9, – 4) form an isosceles right – triangle.

Or

(ஆ) (l_1, m_1, n_1) மற்றும் (l_2, m_2, n_2) என்ற கொசைன்களை உடைய இரு கோ இடைப்பட்ட கோணத்தை இருசமக் கோட்டின் திசைக் கொசைன்களை காண்க.

Find the direction cosines of the bisec the angle between the lines whose di cosines are (l_1, m_1, n_1) and (l_2, m_2, n_2).

(அ) (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) மற்றும் (x_3, y_3, z_3) என்ற புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டினை தருவி.

Derive the equation of the plane passing through the points (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) and (x_3, y_3, z_3).

Or

(ஆ) $2x - y + 4z = 7$ மற்றும் $x + 2y - 3z + 8 = 0$ என்ற தளங்களை வெட்டும், (1, – 2, 3) என்ற புள்ளி வழியாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டினை காண்க.

Find the equation of the plane through the pt (1, – 2, 3) and the intersection of the planes $2x - y + 4z = 7$ and $x + 2y - 3z + 8 = 0$.

(அ) $2x - 3y + 2z + 3 = 0$ என்ற தளத்தில் உள்ள புள்ளி (1, – 2, 3) –ன் ஒப்புமை புள்ளியை காண்க.

Find the image of the point (1, – 2, 3) in the plane $2x - 3y + 2z + 3 = 0$.

Or

(ஆ) $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{1}$, $\frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுகிய தூரத்தை காண்க.

Find the short distance between the lines $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{1}$, $\frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}$.

14. (அ) மாறா ஆரம் k–ஐ கொண்ட கோளம் மையப்...
வழியாக செல்லும் மற்றும் அச்சுக் கோடு...
A, B, C – ல் சந்திக்கும் எனில் முக்கோணம் A...
$9(x^2+y^2+z^2)=4k^2$ என்ற கோளத்தின் ...
பகுதியில் அமையும் என நிறுவுக.

A sphere of constant radius to pa... through the origin and meets the ax... A, B, C. Prove that the centroid of triangle ABC lies on the sp... $9(x^2+y^2+z^2)=4k^2$.

Or

(ஆ) $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$ கோளத்தை $2x-y-2z=16$ என்ற தளம் தொ... செல்லும் எனக் காட்டு மற்றும் தொடும் புள்ளி... காண்க.

Show that the plane $2x-y-2z=16$ to... the sphere $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z$ ... and find the point of contact.

15. (அ) புள்ளி O, அச்சுகோடு OZ மற்றும் அரை... கோணம் α–ஐ உடைய நேர் வட்ட ... சமன்பாடு $x^2+y^2=z^2\tan^2\alpha$ எனக் காட்டு...

Show that the equation of a right ci... cone whose vertex is O, axis OZ and... vertical angle α is $x^2+y^2=z^2\tan^2\alpha$.

Or

(ஆ) $\frac{x}{32}=\frac{y}{72}=\frac{z}{72}$ என்ற கோட்டினை உள்ளடக்கிய $9x^2-4y^2+16z^2=0$ என்ற கூம்பின் தொடுகோடு தளத்தின் சமன்பாட்டினை காண்க.

Find the equation of the tangent planes to the cone $9x^2-4y^2+16z^2=0$ with contain the line $\frac{x}{32}=\frac{y}{72}=\frac{z}{72}$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

(அ) நான்முக முக்கோணத்தில் எதிரெதிர் கோடுகளின் மையப்புள்ளியில் இணையும் மூன்று கோடுகள் ஒரே புள்ளி வழியாக செல்லும் என காட்டுக. மேலும், அப்புள்ளியில் அக்கோடுகள் இரு சமக் கூறிடும் எனக் காட்டுக.

Show that the three lines which join the mid points of the opposite edges of a tetrahedron pass through the same point and are bisected at that point.

Or

(ஆ) ஒரு கனசதுரத்தின் நான்கு மூலைவிட்டங்களி ஒரு கோடு $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ எ கோணத்தை உருவாக்குகிறது என $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = 4/3$.

A line make angle $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ with the f diagonals of a cube then prove t $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = 4/3$.

17. (அ) (i) $(0,-1,-1)$, $(-4,4,4)$, $(4,5,1)$ ம $(3,9,4)$

(ii) $(0,2,-4)$, $(-1,1,-2)$, $(-2,3,3)$ $(-3,-2,1)$

(iii) $(0,-1,0)$, $(2,1,-1)$, $(1,1,1)$ $(3,3,0)$.

புள்ளிகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் காட்டுக மேலும் இப்புள்ளிகள் அமைந்து தளத்தின் சமன்பாட்டினை காண்க.

Show that the following points are copl and find the equation of the plane on wh they lie

(i) $(0,-1,-1)$, $(-4,4,4)$, $(4,5,1)$ $(3,9,4)$

(ii) $(0,2,-4)$, $(-1,1,-2)$, $(-2,3,3)$ $(-3,-2,1)$

(iii) $(0,-1,0)$, $(2,1,-1)$, $(1,1,1)$ $(3,3,0)$.

Or

(ஆ) $ax+by+cz+d=0$ என்ற தளத்தின் பிரதிபலிப்பு $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ என்ற தளத்தில் $2(aa_1+bb_1+cc_1)\ (a_1x+b_1y+c_1z+d_1) = (a_1^2+b_1^2+c_1^2)\ (ax+by+cz+d)$ என்ற தளமாக இருக்கும் என நிறுவுக.

Prove that the reflection of the plane $ax+by+cz+d=0$ in the plane $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ is the plane. $2(aa_1+bb_1+cc_1)\ (a_1x+b_1y+c_1z+d_1) = (a_1^2+b_1^2+c_1^2)\ (ax+by+cz+d)$.

18. (அ) $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$ என்ற கோடு $ax^2+by^2+cz^2=1$ என்ற புறப்பரப்பில் உள்ள இரு ஒன்றிய புள்ளிகளை சந்திப்பதற்கான நிபந்தனையை காண்க.

Find the condition for the straight line $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$ to meet the surface $ax^2+by^2+cz^2=1$ in two coincident points.

Or

(ஆ) $\frac{x+1}{-3}=\frac{y+10}{8}=\frac{z-1}{2}$; $\frac{x+3}{-4}=\frac{y+1}{7}=$ ...

என்ற கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் ... நிறுவுக. மேலும் அவை வெட்டும் புள்ளியை ... அவை செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டினை ... காண்க.

Prove that the line $\frac{x+1}{-3}=\frac{y+10}{8}=$ ... $\frac{x+3}{-4}=\frac{y+1}{7}=\frac{z-4}{1}$ are coplanar. Find ... their point of intersection and the equa... of the plane through them.

19. (அ) $x^2+y^2+z^2-2x-4y=0$, $x+2y+3$... என்ற வட்டத்தின் வழியாகவும், $4x+3y$ ... என்ற தளத்தை தொடும் கோள... சமன்பாட்டினையும் காண்க.

Find the equation of the sphere which pa... through the circle $x^2+y^2+z^2-2x-4y$ ... $x+2y+3z=8$ and touches the pl... $4x+3y=25$.

Or

(ஆ) $l^2+m^2+n^2=1$-ஐ கொண்ட கோடு $\frac{x-a}{l}=\frac{y-b}{m}=\frac{z-c}{n}$, $x^2+y^2+z^2+2ux+2vy+2wz+d=0$ என்ற கோளத்தை தொடுவதற்கான நிபந்தனையை காண்க. மேலும், $(0,0,0)$, $(2a,0,0)$, $(0,2b,0)$ என்ற புள்ளிகள் வழி செல்லும் இரு கோளங்கள் மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோட்டினை தொட்டுச் செல்லும் மற்றும் அவற்றின் மையத்திற்கு இடைப்பட்ட தூரம் $\frac{2}{n^2}\left[c^2-(a^2+b^2+c^2)n^2\right]^{1/2}$ எனக் காட்டுக.

Find the condition that the line $\frac{x-a}{l}=\frac{y-b}{m}=\frac{z-c}{n}$ where $l^2+m^2+n^2=1$ should touch the sphere $x^2+y^2+z^2+2ux+2vy+2wz+d=0$ show that there are two sphere through the point $(0,0,0)$, $(2a,0,0)$, $(0,2b,0)$ which touch the above line and that the distance between their centres is $\frac{2}{n^2}\left[c^2-(a^2+b^2+c^2)n^2\right]^{1/2}$.

20. (அ) $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ எ
சமன்பாடு நேர்வட்ட கூம்பினை குறிப்பதற்
நிபந்தனையை காண்க. மேலும் அச்சுக் கோட்
சமன்பாட்டினையும், உச்சக் கோணத்தையும் கா

Find the condition for equa
$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$
represent a right circular cone. Obtain
equation of the axis and the vertical ang
the cone.

Or

(ஆ) $(a,0,0)$ $(0,a,0)$, $(0,0,a)$ என்ற புள்
வழியாக செல்லும் வட்டத்தை உதவி வளைகோ
கொண்ட நேர்வட்ட உருளையின் சமன்பாட்
காண்க.

Find the equation of the right cir
cylinder described on the circle throu
points $(a,0,0)$ $(0,a,0)$, $(0,0,a)$ as a gu
curve.

Reg. No. : ....

Code No. : 20842 Sub. Code : GMMA 5 B/ GMMC 5 B

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Fifth Semester

Mathematics/Maths with CA — Main

Elective — COMBINATORIAL MATHEMATICS

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

ஒரு ஈருறுப்பு 'n' நீளமுள்ள தொடர் என்பது 0 மற்றும் 1 உடைய n இலக்க கோர்வை. $n = 4$ எனில் இம்மாதிரியான எத்தனை தொடர்கள் இருக்கும்?

(அ) 4 (ஆ) 2^n

(இ) 2^4 (ஈ) 4^2

A binary sequence of length 'n' is a string of digits each of which is 0 or 1. How many suc sequences are there when $n = 4$?

(a) 4 (b) 2^n

(c) 2^4 (d) 4^2

2. $\begin{pmatrix} n \\ n-2 \end{pmatrix}$ -ன் மதிப்பு ————.

(அ) $\frac{1}{2}n(n+1)$ (ஆ) $\frac{1}{2}n(n-1)$

(இ) $n(n-1)$ (ஈ) $n(n+1)$

The value of $\begin{pmatrix} n \\ n-2 \end{pmatrix}$ is ————

(a) $\frac{1}{2}n(n+1)$ (b) $\frac{1}{2}n(n-1)$

(c) $n(n-1)$ (d) $n(n+1)$

3. A, B, C, D, E, F ஆகிய 6 பேர்களை எத்தனை வழிகளில் இரண்டிரண்டாக பிரிக்க முடியும்?

(அ) 3 (ஆ) 6

(இ) 12 (ஈ) 15

In how many ways can six persons A, B, C, D, E, F be paired off?

(a) 3 (b) 6

(c) 12 (d) 15

4. ஒரு 3 × 3 லத்தீன் சதுரத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 2 (ஆ) 3

(இ) 9 (ஈ) 16

The number of elements in a 3 × 3 Latin square is

(a) 2 (b) 3

(c) 9 (d) 16

5. சுழற்சியற்ற தொகுத்த வரைபு ———— என அழைக்கப்படும்.

(அ) பாதை (ஆ) நடை

(இ) உறவில்லாதது (ஈ) மரம்

A connected graph with no cycle is called a ————

(a) path (b) walk

(c) isolated (d) tree

6. n-இலக்க முழு எண் தொடர்களை அமைக்கப் பயன்படு
எண்கள்

(அ) 0, 1, 2, 3 (ஆ) 1, 2, 3, 4

(இ) 1, 3, 5, 7 (ஈ) 1, 2

The numbers used to form n-digit integ
sequences are

(a) 0, 1, 2, 3 (b) 1, 2, 3, 4

(c) 1, 3, 5, 7 (d) 1, 2

7. 'n' குறியீடுகள் உள்ளன எனில் $N(i)$

____

(அ) $n!$ (ஆ) n

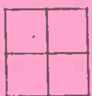
(இ) $(n-1)!$ (ஈ) $n(n-1)$

Let there be n symbols. The value of $N(i)$

____

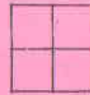
(a) $n!$ (b) n

(c) $(n-1)!$ (d) $n(n-1)$

8. 2×2 கட்டம்  -ன் ரூக் பல்லுறுப்புக் கோவை

(அ) $1+2x+x^2$ (ஆ) $1+4x+2x^2$

(இ) $1+5x+2x^2$ (ஈ) $1+3x+x^2$

The rook polynomial for a 2×2 block  is

(a) $1+2x+x^2$ (b) $1+4x+2x^2$

(c) $1+5x+2x^2$ (d) $1+3x+x^2$

ஃபிஷரின் முடிவில் (b, v, r, k, λ) வடிவமைப்பில்,

____

(அ) $b < v$ (ஆ) $b = v$

(இ) $b \leq v$ (ஈ) $b \geq v$

Fisher's results is for a (b, v, r, k, λ) configuration,

____

(a) $b < v$ (b) $b = v$

(c) $b \leq v$ (d) $b \geq v$

10. $b = v = 43$; $r = k = 7$ மற்றும் $\lambda = 1$ ஆகிய மதிப்புகள் கொண்ட முடிவுறு கீழ்வீச்சு தளம் ________

(அ) இருக்கும் (ஆ) இருக்காது

(இ) இருக்கலாம் (ஈ) இவை ஏதுமில்லை

There ________ finite projective plane with $b = v = 43$; $r = k = 7$ and $\lambda = 1$

(a) is a (b) is no

(c) may be a (d) none of these

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $x+y+z=8$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு பூஜ்ஜியம் இல்லா முழு எண் தீர்வுகள் எத்தனை உள்ளன?

How many solutions are there non-negative integers of $x+y+z=8$?

Or

(ஆ) n என்பது ஒரு மிகை முழு எண் என்க. $(1+x)$ என்பதன் விரிவாக்கத்தில் x^r -ன் குணகம் $\binom{n}{r}$ எ நிறுவுக.

Let 'n' be a positive integer. Prove that t coefficient of x^r in the expansion of $(1+x$ is $\binom{n}{r}$.

12. (அ) 10 புள்ளிகள் மேலும் ஒவ்வொரு புள்ளியின் ≥ 5 இருக்குமாறு ஒரு வரைபு வரைக. மேலும் அ வரைபிற்கு ஒரு முழுமையான பொருத்தம் காண்

Draw a graph with 10 vertices each of deg ≥ 5 and find a perfect matching for it.

Or

(ஆ) $r<n$ எனில் $r \times n$ லத்தீன் செவ்வகத்தை $(r+1)\times n$ லத்தீன் செவ்வகமாக நீட்டிக்கலாம் என நிரூபி.

If $r<n$ then prove that any $r \times n$ Latin rectangle can be extended to an $(r+1)\times n$ Latin rectangle.

13. (அ) $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$, $n \geq 3$ மற்றும் $a_1 = a_2 = 1$ எனில் a_n -ஐக் காண்க.

If $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$, $n \geq 3$ and $a_1 = a_2 = 1$ then find a_n.

Or

(ஆ) ஒற்றை எண்ணிக்கைகளில் 0-ஐ கொண்டும் 0, 1, 2, 3 ஆகிய எண்கள் கொண்ட n-இலக்க எண் வரிசைகளின் எண்ணிக்கை காண்.

Find the number of n-digit integer sequences that are formed using only 0, 1, 2, 3 which contain odd number of 0's.

14. (அ) ரூக் பல்லுறுப்புக் கோவையை வரையறு. 2 × 2 பலகையின் பல்லுறுப்புக் கோவையைக் காண்.

Define a rook polynomial. Find the rook polynomial of a 2 × 2 board.

Or

(ஆ) சேர்த்தல்-விலக்குதல் தத்துவத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove the principle of inclusion exclusion.

15. (அ) குழும வரைபடங்கள் பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.

Write a short note on block designs.

Or

(ஆ) முடிவுறு கீழ் வீச்சுத் தளம் என்றால் என்ன? அதன் பண்புகள் யாவை?

What is a finite projective plane? What are the properties of it?

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) 26 எழுத்துக்களில் எத்தனை 5 எழுத்து வார்த்தைகள் மீண்டும் வருவது (i) அனுமதிக்கப்பட்டால் (ii) அனுமதிக்கப்படாவிட்டால் அமைக்கலாம்?

In how many ways can a 5 - letter word be formed from an alphabet of 26 letters if repetitions are (i) allowed (ii) not allowed?

Or

(ஆ) கணம் A -ல் உள்ள உறுப்புகள் n என்க. கணம் A -ல் 'r' உறுப்புகள் கொண்ட உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை $\binom{n}{r}$ என நிரூபி. மேலும் கணம் A -ன் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை 2^n என நிரூபி.

Let A be a set with n elements. Show that the number of subsets of A with 'r' elements is $\binom{n}{r}$. Show also that the number of subsets of A is 2^n.

17. (அ) கீழ்க்கண்ட ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கிற்கு உச்ச பட்ச தீர்வு காண்.

	A	B	C	D
a	5	7	15	12
b	8	3	9	10
c	4	14	2	5
d	6	3	1	14

Find an optimal solution for the above assignment problem.

	A	B	C	D
a	5	7	15	12
b	8	3	9	10
c	4	14	2	5
d	6	3	1	14

Or

(ஆ) திருமணத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove marriage theorem.

18. (அ) பைபனாக்கி தொடரின் . மறுதரவு தொடர்பினை எழுதி தீர்.

Write the recurrence relation for the Fibonacci sequence and hence solve it.

Or

(ஆ) தாறுமாறான மாற்றங்களுக்கான சூத்திரத்தை வருவி.

Derive a formula for derangements.

19. (அ) ஒரு சாதாரண 8×8 சதுரங்க பலகைக்கு ரூ பல்லுறுப்புக் கோவை காண்க.

Find the rook polynomial for an ordinary 8×8 chess board.

Or

(ஆ) ஒரு மேலாளர் ஐந்து ஊழியர்கள் A, B, C, D, E -ஐ ஐந்து வேலைகள் a, b, c, d, e -க்கு ஒதுக்கீடு செய்ய வேண்டும். A, b, c-க்கு ஏற்றவர் அல்ல. B, a, c -க்கு ஏற்றவர் அல்ல. C, b, d, e க்கு ஏற்றவர் அல்ல D அனைத்திற்கும் ஏற்றவர் E, d-க்கு ஏற்றவர் அல்ல எனில் ஊழியர்களுக்கு ஏற்றவாறு எத்தனை வழிகளில் ஒதுக்கீடு செய்யலாம்?

The manager of a firm has 5 employees to be assigned to 5 different jobs. The men are A, B, C, D, E and the jobs are a, b, c, d, e. He considers that A is unsuited for jobs b and c; B unsuited for a and c. C unsuited for b, d and e, D suited for all and E unsuited for d. In how many ways can he assign the jobs to men according to their suitability?

20. (அ) ஃபிஷரின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

State and prove Fisher's theorem.

Or

(ஆ) ஏழு புள்ளி தளத்தின் படுக்கை அணியினைக் காண்க.

Find the incidence matrix of the seven-point plane.

Reg. No. : ....

Code No. : 20829 **Sub. Code : GMMA 62/ GMMC 62**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Sixth Semester

Mathematics — Main

LINEAR PROGRAMMING

(Also common to Maths with CA)

(For those who joined in July 2012–2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. வரைபட முறையில் ஒருபடித்திட்ட கணக்கின் விடைகாண அதன் மாறிகளின் எண்ணிக்கை ———————— ஆக இருக்க வேண்டும்.

   (அ) 3 (ஆ) 2

   (இ) 1 (ஈ) இவையேதுமில்லை.

A LPP can be solved using graphical method if it has ———— variables.

(a) 3 (b) 2

(c) 1 (d) None of these

2. n மாறிகள் m சமன்பாடுகள் கொண்ட அமைப்பின் அடிப்படைத் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை .

(அ) mn (ஆ) $\frac{m!}{n!}$

(இ) $\frac{n!}{m!\,(n-m)!}$ (ஈ) $\frac{m!}{n!\,(m-n)!}$

The number of basic solutions in a system of m equations and n unknowns is ————.

(a) mn (b) $\frac{m!}{n!}$

(c) $\frac{n!}{m!\,(n-m)!}$ (d) $\frac{m!}{n!\,(m-n)!}$

3. ஒரு கட்டுப்பாடு ≤ என்றிருந்தால் சேர்க்கப்படும் மாறி

(அ) தொய்வு (ஆ) உபரி

(இ) நிறை (ஈ) செயற்கை.

The variable to be added in the constraint of the ≤ type is ————.

(a) Slack (b) Surplus

(c) Positive (d) Artificial

பெரிய M – முறையின் மறுபெயர்

(அ) சிம்ளெக்ஸ் முறை (ஆ) சார்னஸ் முறை

(இ) இருநிலை முறை (ஈ) இவையேதுமில்லை.

The another name of Big-M method is ————.

(a) Simplex method

(b) Charne's method

(c) Two-Phase method

(d) None of these

5. ஒரு இருமைக் கணக்கின் இருமை

(அ) இருமை (ஆ) முதன்மை

(இ) உத்தமம் (ஈ) எல்லையற்றது.

The dual of the dual is ————.

(a) Dual (b) Primal

(c) Optimum (d) Unbounded

6. ஒரு போக்குவரத்துக் கணக்கு சமமானது எனில்

(அ) மொத்த இருப்பு > மொத்தத்தேவை

(ஆ) மொத்த இருப்பு = 0

(இ) மொத்த இருப்பு = மொத்தத்தேவை

(ஈ) மொத்தச் செலவு = 0.

A transportation problem is balanced if ———.

(a) Total supply > Total demand

(b) Total supply = 0

(c) Total supply =Total demand

(d) Total demand =0

7. ஒரு போக்குவரத்துக் கணக்கின் ஆரம்ப சாத்தியத் தீர்வ
காணும் முறை ——————— முறை.

(அ) VAM (ஆ) MODI

(இ) Euler (ஈ) Horney.

——— method is used to find the initial basi
feasible solution of a transportation problem.

(a) VAM (b) MODI

(c) Euler (d) Horney

8. ஒரு ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கின் உத்தம தீர்வில் ஒரு நிரை
அல்லது நிரலில் இருக்கவேண்டிய ஒதுக்கீட்டி
எண்ணிக்கை

(அ) ஒன்று (ஆ) இரண்டு

(இ) பூஜ்யம் (ஈ) இவையேதுமில்லை.

In the optimum solution of the assignmen
problem, a given row or column contain
——— number of assignments.

(a) One (b) Two

(c) Zero (d) None of these

9. ஒரு ஒதுக்கீட்டு கணக்கில் 4 ஆட்கள் 3 வேலைகள்
இருந்தால், மொத்த ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 4 (ஆ) 3

(இ) 7 (ஈ) 12.

If an assignment problem has 4 workers and 3 jobs, the total number of assignments possible are ———.

(a) 4 (b) 3

(c) 7 (d) 12

10. வேலையில்லா நேரம் =

(அ) மொத்த நேரம் + மொத்த வேலை நேரம்

(ஆ) மொத்த வேலை நேரம் – மொத்த நேரம்

(இ) மொத்த நேரம் – மொத்த வேலை நேரம்

(ஈ) இவையேதுமில்லை.

Idle time = ———.

(a) Total elapsed time + Total working time

(b) Total working time – Total elapsed time

(c) Total elapsed time –Total working time

(d) None of these.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) ஒரு LPP–ஐ வரைபடம் மூலம் தீர்க்கும் முறையை விவரி.

Explain the procedure of solving a LPP by graphical method.

Or

(ஆ) ஒரு கணக்கின் கணித அமைப்பிற்கு மாற்றும் படிகளை எழுதுக.

Write down the steps usually adopted in the mathematical formulation of the problem.

12. (அ) வரையறு : அடிப்படைத் தீர்வு, அடிப்படை சாத்தியத் தீர்வு, சிதைந்த தீர்வு.

Define: Basic solution, Basic feasible solution, degenerate solution.

Or

(ஆ) விவரி : தொய்வு மாறி, உபரி மாறி, செயற்கை மாறி

Explain: Slack variable, surplus variable Artificial variable.

13. (அ) பின்வரும் கணக்கின் இருமையை எழுதுக :

மீச்சிறுமமாக்கு : $z = 7x_1 + 10x_2$

$$10x_1 + 13x_2 \geq 50$$
$$7x_1 + 9x_2 \leq 40$$
$$3x_1 + 5x_2 = 20$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Write down the dual of

Minimize $z = 7x_1 + 10x_2$

$$10x_1 + 13x_2 \geq 50$$
$$7x_1 + 9x_2 \leq 40$$
$$3x_1 + 5x_2 = 20$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Or

(ஆ) இருமை சிம்ளெக்ஸ் முறையை விவரி.

Explain the Dual simplex method.

14. (அ) பின்வரும் போக்குவரத்துக் கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படைத் தீர்வை வடமேற்கு மூலை முறையில் காண்க.

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	2	3	11	7	8
O_2	1	0	6	1	1
O_3	5	8	15	9	10
	7	5	3	2	

Find the initial basic feasible solution for the following transportation problem using North-West corner rule:

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	2	3	11	7	8
O_2	1	0	6	1	1
O_3	5	8	15	9	10
	7	5	3	2	

Or

(ஆ) VAM முறையை விவரி.

Explain VAM method.

15. (அ) ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கினை விவரி.

Describe an Assignment problem.

Or

(ஆ) m வேலைகள் மற்றும் 2 இயந்திரங்க[ள்] வரிசைப்படுத்தல் கணக்கின் உத்தமத் தீர்[வு] காணுதலை விவரி.

Explain the method of obtaining an optim[al] solution for a sequencing problem with m jobs and 2 machines.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) வரைபடம் மூலம் தீர் :

மீப்பெருமமாக்கு : $Z = 2x_1 + 3x_2$

$x_1 + x_2 \le 30;$ $x_2 \ge 3$
$x_2 \le 12;$ $x_1 - x_2 \ge 0$
$x_1 \le 20;$ $x_1, x_2 \ge 0.$

Solve graphically:

Maximize: $Z = 2x_1 + 3x_2$

$x_1 + x_2 \le 30;$ $x_2 \ge 3$
$x_2 \le 12;$ $x_1 - x_2 \ge 0$
$x_1 \le 20;$ $x_1, x_2 \ge 0.$

Or

(ஆ) சிம்ளெக்ஸ் முறையில் தீர் :

மீப்பெருமமாக்கு : $Z = 45x_1 + 8x_2$

$$5x_1 + 20x_2 \le 400$$
$$10x_1 + 15x_2 \le 450$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

Using simplex method solve:

Maximize: $Z = 45x_1 + 8x_2$

$$5x_1 + 20x_2 \leq 400$$
$$10x_1 + 15x_2 \leq 450$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

17. (அ) இரு பகுதி நிலையில் தீர் :

மீச்சிறியதாக்கு : $Z = 3x_1 + x_2$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$
$$2x_1 + 3x_2 \geq 2$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Solve by Two-phase method:

Manimize: $Z = 3x_1 + x_2$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$
$$2x_1 + 3x_2 \geq 2$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Or

(ஆ) இருமையைப் பயன்படுத்தித் தீர் :

மீப்பெருமமாக்கு : $Z = 3x_1 + 2x_2$

$x_1 + x_2 \geq 1; \quad x_1 + x_2 \leq 7$

$x_1 + 2x_2 \leq 10; \quad x_2 \leq 3$

மற்றும் $x_1, x_2 \geq 0.$

Using duality solve:

Maximize: $Z = 3x_1 + 2x_2$

$x_1 + x_2 \geq 1; \quad x_1 + x_2 \leq 7$

$x_1 + 2x_2 \leq 10; \quad x_2 \leq 3$

and $x_1, x_2 \geq 0.$

18. (அ) ஒரு போக்குவரத்துக் கணக்கின் உத்தமத் தீர்வு காண உதவும் மோடி முறையை விவரி.

Explain the MODI method for finding the optimal solution to a Transportation problem.

Or

(ஆ) பின்வரும் போக்குவரத்துக் கணக்கினைத் தீர் :

	D_1	D_2	D_3	இருப்பு
A	7	3	4	2
B	2	1	3	3
C	4	1	5	5
தேவை	4	1	5	

Solve the following Transportation problem:

	D_1	D_2	D_3	Availability
A	7	3	4	2
B	2	1	3	3
C	4	1	5	5
Demand	4	1	5	

19. (அ) ஹங்கேரியன் ஒதுக்கீட்டு முறையில் ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கினைத் தீர் :

	I	II	III	IV	V
A	11	17	8	16	20
B	9	7	12	6	15
C	13	16	15	12	16
D	21	24	17	28	26
E	14	10	12	11	15

Solve the Assignment problem using Hungarian Assignment method:

	I	II	III	IV	V
A	11	17	8	16	20
B	9	7	12	6	15
C	13	16	15	12	16
D	21	24	17	28	26
E	14	10	12	11	15

Or

(ஆ) பின்வரும் பயணம் செய்யும் விற்பனையாளர் கணக்கினைத் தீர் :

	A	*B*	*C*	*D*	*E*
A	∞	4	10	14	2
B	12	∞	6	16	4
C	16	14	∞	8	14
D	24	8	12	∞	10
E	2	6	4	16	∞

Solve the following Travelling salesman problem.

	A	*B*	*C*	*D*	*E*
A	∞	4	10	14	2
B	12	∞	6	16	4
C	16	14	∞	8	14
D	24	8	12	∞	10
E	2	6	4	16	∞

20. (அ) வரைபடம் மூலம் கீழ்க்காணும் 2 வேலை 5 இயந்திரங்கள் வரிசைப்படுத்தும் கணக்கினைத் தீர்க்க :

இயந்திரங்கள்

வேலைகள்	1	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
		1	2	3	5	1
	2	*C*	*A*	*D*	*E*	*B*
		3	4	2	1	5

Use graphical method to solve the following 2 jobs and 5 machines sequencing problem.

Machines

Jobs	1	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
		1	2	3	5	1
	2	*C*	*A*	*D*	*E*	*B*
		3	4	2	1	5

Or

(ஆ) பின்வரும் வரிசைப்படுத்தல் கணக்கினைத் தீர் :

வேலை:		A	B	C	D	E	F	G	H	I
இயந்திரங்கள்:	m_1 :	2	5	4	9	6	3	7	5	4
	m_2 :	6	8	7	4	3	9	3	8	11

Solve the following sequencing problem:

Jobs:		A	B	C	D	E	F	G	H	I
Machines:	m_1 :	2	5	4	9	6	3	7	5	4
	m_2 :	6	8	7	4	3	9	3	8	11

Reg. No. : ....

Code No. : 21133 **Sub. Code : JMMA 11/ JMMC 11**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
APRIL 2018.

First Semester

Mathematics — Main

(Also common to Maths with Computer Application)

CALCULUS

(For those who joined in July 2016 only)

Time : **Three hours** Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $y = e^x$ என்ற வளைவரை y-அச்சில் வெட்டும் புள்ளியில் வளைவு ஆரம் ______.

(அ) 1 (ஆ) $\sqrt{2}$

(இ) $2\sqrt{2}$ (ஈ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

The radius of curvature of the curve $y = e^x$ at the point where it crosses the y-axis ______

(a) 1 (b) $\sqrt{2}$

(c) $2\sqrt{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

2. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் r எனில் அதன் வளைவு ஆரம்

(அ) r (ஆ) $\frac{1}{r}$

(இ) r^2 (ஈ) $\frac{1}{r^2}$

If the radius of a circle is r, then its radius of curvature is

(a) r (b) $\frac{1}{r}$

(c) r^2 (d) $\frac{1}{r^2}$

3. $(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 3axy$ என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடு

(அ) $x + y = 0$ (ஆ) $x + y = a$

(இ) $x + y = 3a$ (ஈ) $x + y + a = 0$

The asymptote of the curve $(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 3axy$ is

(a) $x + y = 0$ (b) $x + y = a$

(c) $x + y = 3a$ (d) $x + y + a = 0$

4. ஒரு புள்ளியானது கணுப்புள்ளி எனில் $\frac{\partial^2 f}{\partial h \partial k}$ ______ $\frac{\partial^2 f}{\partial h^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial k^2}$

(அ) $<$ (ஆ) $>$

(இ) $=$ (ஈ) $\neq$

A point is a node if $\frac{\partial^2 f}{\partial h \partial k}$ ______ $\frac{\partial^2 f}{\partial h^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial k^2}$.

(a) $<$ (b) $>$

(c) $=$ (d) $\neq$

5. $x^2 y^2 = a^2 (x^2 - y^2)$ என்ற வளைவரை ______ஐப் பொறுத்து சமச்சீரானது.

(அ) x-அச்சு (ஆ) y-அச்சு

(இ) (அ) மற்றும் (ஆ) (ஈ) ஏதுமில்லை

The curve $x^2y^2 = a^2(x^2 - y^2)$ is symmetric with respect to

(a) x-axis (b) y-axis

(c) (a) and (b) (d) none

6. $xy = c^2$ என்ற வளைவரை ——————-ஐப் பொறுத்து சமச்சீரானது.

(அ) ஆதி

(ஆ) $y = x$ என்ற கோடு

(இ) (அ) மற்றும் (ஆ)

(ஈ) ஏதுமில்லை

The curve $xy = c^2$ is symmetric with respect to ——————.

(a) the origin (b) the line $y = x$

(c) both (a) and (b) (d) none

7. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx =$

(அ) $\frac{5}{32}$ (ஆ) $\frac{5\pi}{32}$

(இ) $\frac{32}{5}$ (ஈ) $\frac{32\pi}{5}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx =$

(a) $\frac{5}{32}$ (b) $\frac{5\pi}{32}$

(c) $\frac{32}{5}$ (d) $\frac{32\pi}{5}$

8. $\int_0^a f(x)dx =$ ——————.

(அ) $\int_a^0 f(x)dx$ (ஆ) $\int_0^a f(a-x)dx$

(இ) $\int_0^a f(x-a)dx$ (ஈ) $\int_0^a f(a)dx$

$\int_0^a f(x)dx =$ ——————.

(a) $\int_a^0 f(x)dx$ (b) $\int_0^a f(a-x)dx$

(c) $\int_0^a f(x-a)dx$ (d) $\int_0^a f(a)dx$

9. $\Gamma(1) =$

(அ) $\sqrt{\pi}$ (ஆ) 1

(இ) $\frac{1}{2}$ (ஈ) $\beta(1,1)$

$\Gamma(1) =$

(a) $\sqrt{\pi}$ (b) 1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\beta(1,1)$

10. $\int_0^1 x^7(1-x)^8\,dx =$

(அ) $\frac{7!8!}{15!}$ (ஆ) $\frac{6!7!}{15!}$

(இ) $\frac{7!8!}{16!}$ (ஈ) $\frac{8!9!}{16!}$

$\int_0^1 x^7(1-x)^8\,dx =$

(a) $\frac{7!8!}{15!}$ (b) $\frac{6!7!}{15!}$

(c) $\frac{7!8!}{16!}$ (d) $\frac{8!9!}{16!}$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $x^4 + y^4 = 2$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம் $(1, 1)$ என்ற புள்ளியில் காண்.

Find the radius of curvature of the curve $x^4 + y^4 = 2$ at the point $(1, 1)$.

Or

(ஆ) $r = a(1 - \cos\theta)$ என்ற நெஞ்சுவளையின் $p - r$ சமன்பாடு காண்.

Find the $p - r$ equation of the cardiod $r = a(1 - \cos\theta)$.

12. (அ) $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$ என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடுகள் காண்.

Find the asymptotes of the curve $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$.

Or

(ஆ) $x^4 - 2ax^2y - axy^2 + a^2y^2 = 0$ என்ற வளைவரையில் ஆதியில் இரண்டாம் வகையான ஒற்றை முகடு இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Show that at the origin there is a single cusp of the second species on the curve $x^4 - 2ax^2y - axy^2 + a^2y^2 = 0$.

13. (அ) சுற்று வளையை விளக்குக.

Explain the cycloid.

Or

(ஆ) $(a^2 + x^2)y = a^2 x$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $(a^2 + x^2)y = a^2 x$.

14. (அ) $f(x)$ ஓர் ஒற்றைச் சார்பு எனில் $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$ எனக் காட்டுக.

If $f(x)$ is an odd function, then prove that $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$.

Or

(ஆ) $\int \sec^n x\,dx$ -ன் சுருக்கு சூத்திரம் காண்.

Find a reduction formula for $\int \sec^n x\,dx$.

15. (அ) நிரூபி :

(i) n ஒரு மிகை முழு எண் எனில் $\Gamma(n+1) = n!$

(ii) $\beta(m, n) = \beta(n, m)$.

Prove :

(i) If n is a positive integer, then $\Gamma(n+1) = n!$

(ii) $\beta(m, n) = \beta(n, m)$.

Or

(ஆ) கணக்கிடுக : $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x}\right)^n dx$.

Evaluate : $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x}\right)^n dx$.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்தின் செங்குத்து வளைவரை காண்.

Find the evolute of the parabola $y^2 = 4ax$.

Or

(ஆ) $x = a(\theta + \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$ என்ற சுற்று வளையின் வளைவு ஆரம் காண்.

Find the radius of curvature of the cycloid $x = a(\theta + \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$.

17. (அ) $2x^4 - 5x^2y^2 + 3y^4 + 4x^3 - 6y^3 + x^2 + y^2 - 2xy + 1 = 0$-ன் செவ்வக தொலைத் தொடுகோடுகள் காண்.

Find the rectilinear asymptotes of $2x^4 - 5x^2y^2 + 3y^4 + 4x^3 - 6y^3 + x^2 + y^2 - 2xy + 1 = 0$.

Or

(ஆ) $x^4 - 2ay^3 - 3ay^2 - 2a^2x^2 + a^4 = 0$ என்ற வளைவரையின் இரட்டைப் புள்ளிகளை ஆராய்க.

Examine the double points of the curve $x^4 - 2ay^3 - 3ay^2 - 2a^2x^2 + a^4 = 0$.

18. (அ) $y = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $y = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$.

Or

(ஆ) $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $r^2 = a^2 \cos 2\theta$.

19. (அ) மதிப்பிடுக : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$.

Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$.

Or

(ஆ) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற கோளத்தின் மிகை எண் பகுதி வழியாக $\iiint xyz \, dx \, dy \, dz$ -ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\iiint xyz \, dx \, dy \, dz$ taken through the positive octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

20. (அ) நிரூபி : $\beta(m,n) = \dfrac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

Prove : $\beta(m,n) = \dfrac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

Or

(ஆ) மதிப்பிடுக :

(i) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^7\theta \cos^5\theta \, d\theta$.

(ii) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan\theta}\, d\theta$.

Evaluate :

(i) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^7\theta \cos^5\theta \, d\theta$.

(ii) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan\theta}\, d\theta$.

Reg. No. : ....

Code No. : 21152 **Sub. Code : JNMA 4 B/ JNMC 4 B**

U.G. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Fourth Semester

Mathematics/Maths With CA

Non-Major Elective — FUNDAMENTALS OF STATISTICS — II

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. இரண்டு பண்புகளைப் பற்றி படிக்கும் போது மொத்த அலைவெண்கள்

(அ) 4 (ஆ) 6

(இ) 9 (ஈ) 3

When we study two attributes, the total frequencies are

(a) 4 (b) 6

(c) 9 (d) 3

2. $N = 500,\ (\beta) = 300$ எனில் $(B) =$ ________.

(அ) 800 (ஆ) 200

(இ) 100 (ஈ) 50

If $N = 500,\ (\beta) = 300$, then $(B) =$ ________.

(a) 800 (b) 200

(c) 100 (d) 50

3. பாஷி மற்றும் லாஸ்பியர் குறியீட்டு எண்களின் பெருக்கு சராசரி

(அ) பௌலி குறியீட்டு எண்

(ஆ) பிஷர் குறியீட்டு எண்

(இ) மார்ஷல் எட்ஜ்வொர்த் குறியீட்டு எண்

(ஈ) கெல்லி குறியீட்டு எண்

Geometric mean of Paasche and Laspeyre index number is

(a) Bowley index number

(b) Fisher index number

(c) Marshall Edgeworth index number

(d) Kelly index number

4. வழக்கமான குறியீடுகளின் படி பாஷியின் குறியீட்டெண்

(அ) $\dfrac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_1}\times 100$ (ஆ) $\dfrac{\sum p_1q_0}{\sum p_1q_1}\times 100$

(இ) $\dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}\times 100$ (ஈ) $\dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}\times 100$

With usual notations Paasche's index number is

(a) $\dfrac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_1}\times 100$ (b) $\dfrac{\sum p_1q_0}{\sum p_1q_1}\times 100$

(c) $\dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}\times 100$ (d) $\dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}\times 100$

5. பௌலி குறியீட்டு எண்

(அ) $\dfrac{L+P}{2}$ (ஆ) $\sqrt{L\times P}$

(இ) $\dfrac{q_0+q_1}{2}$ (ஈ) $\sqrt{q_0\times q_1}$

Bowley index number is

(a) $\dfrac{L+P}{2}$ (b) $\sqrt{L\times P}$

(c) $\dfrac{q_0+q_1}{2}$ (d) $\sqrt{q_0\times q_1}$

6. வழக்கமான குறியீடுகளின் படி மார்ஷல் குறியீட்டெண்

(அ) $\dfrac{\dfrac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} + \dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}{2} \times 100$

(ஆ) $\dfrac{\sum p_1q_0 + \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 + \sum p_0q_1} \times 100$

(இ) $\sqrt{\dfrac{\dfrac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} + \dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}{2}} \times 100$

(ஈ) $\sqrt{\dfrac{\sum p_1q_0 + \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 + \sum p_0q_1}} \times 100$

With the usual notation, Marshall index number is

(a) $\dfrac{\dfrac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} + \dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}{2} \times 100$

(b) $\dfrac{\sum p_1q_0 + \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 + \sum p_0q_1} \times 100$

(c) $\sqrt{\dfrac{\dfrac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} + \dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}{2}} \times 100$

(d) $\sqrt{\dfrac{\sum p_1q_0 + \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 + \sum p_0q_1}} \times 100$

7. எது செவ்வியக் குறியீட்டெண்?

(அ) பௌளி (ஆ) பாஷி

(இ) லாஸ்பியர் (ஈ) பிஷர்

Which is the ideal index number?

(a) Bowley (b) Paasche

(c) Laspeyre (d) Fisher

8. ———————— குறியீட்டெண் காலத்திருப்பச் சோதனையை நிறைவேற்றும்.

(அ) பௌளி (ஆ) மார்ஷல்

(இ) பிஷர் (ஈ) இவை எதுவுமில்லை

———————— index number satisfies Time Reversal test.

(a) Bowley (b) Marshall

(c) Fisher (d) None of thee

9. $y = ax + b$ என்ற நேர்கோட்டை பொருத்துவதற்கான ஒழுங்குச் சமன்பாடுகள்?

(அ) $a\sum x_i^2 + b\sum x_i = \sum x_iy_i$ மற்றும்
$a\sum x_i + nb = \sum y_i$

(ஆ) $b\sum x_i^2 + a\sum x_i = \sum x_iy_i$ மற்றும்
$b\sum x_i + na = \sum x_i$

(இ) $a\sum x_i^2 + b\sum x_i = \sum x_iy_i$ மற்றும்
$b\sum x_i + na = \sum x_i$

(ஈ) $b\sum x_i^2 + a\sum x_i = \sum x_iy_j$ மற்றும்
$a\sum x_i + nb = \sum y_i$

For fitting a straight line $y = ax + b$, the normal equations are

(a) $a\sum x_i^2 + b\sum x_i = \sum x_i y_i$ and
$a\sum x_i + nb = \sum y_i$

(b) $b\sum x_i^2 + a\sum x_i = \sum x_i y_i$ and
$b\sum x_i + na = \sum x_i$

(c) $a\sum x_i^2 + b\sum x_i = \sum x_i y_i$ and
$b\sum x_i + na = \sum x_i$

(d) $b\sum x_i^2 + a\sum x_i = \sum x_i y_j$ and
$a\sum x_i + nb = \sum y_i$

10. $d_i = y_i - f(x_i)$ எனில் சிறும இருமடி கொள்கை என்பது

(அ) $\sum d_i$ சிறுமம் (ஆ) $\sum d_i$ பெருமம்

(இ) $\sum d_i^2$ சிறுமம் (ஈ) $\sum d_i^2$ பெருமம்

If $d_i = y_i - f(x_i)$, then the principle of least squares is

(a) $\sum d_i$ minimum (b) $\sum d_i$ maximum

(c) $\sum d_i^2$ minimum (d) $\sum d_i^2$ maximum

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $(A) = 80$, $(B) = 100$, $(AB) = 70$, $N = 250$ எனில் இறுதி நிலை இன நிகழ்வெண்களைக் காண்க.

Given $(A) = 80$, $(B) = 100$, $(AB) = 70$, $N = 250$, find the ultimate class frequencies.

Or

(ஆ) $(AB) = 100$; $(\alpha B) = 80$; $(A\beta) = 50$; $(\alpha\beta) = 40$ எனில் நேர்மறை, எதிர்மறை நிகழ்வெண்களையும், மொத்த கூர் நோக்கையும் கண்டுபிடி.

Given $(AB) = 100$; $(\alpha B) = 80$; $(A\beta) = 50$; $(\alpha\beta) = 40$, find positive and negative classes and the total number of observations.

12. (அ) குறியீட்டெண்களின் பண்பியல்புகளை விவரி.

Explain the characteristics of index numbers.

Or

(ஆ) லாஸ்பியரின் குறியீட்டெண்ணை கண்டுபிடி.

பொருட்கள்	அடிமான வருடம்		தற்போதைய வருடம்	
	அளவு	நிலை	அளவு	நிலை
A	10	3	8	3.25
B	20	15	15	20
C	2	25	3	23

Find Laspeyre's index number

Items	Base Year		Current Year	
	Quantity	Price	Quantity	Price
A	10	3	8	3.25
B	20	15	15	20
C	2	25	3	23

13. (அ) பௌலியின் குறியீட்டெண்ணை காண்க.

பொருட்கள்	அடிமான வருடம்		தற்போதைய வருடம்	
	அளவு	விலை	அளவு	விலை
A	15	1	15	2
B	15	2	30	3

Find Bowley's index number

Items	Base Year		Current Year	
	Quantity	Price	Quantity	Price
A	15	1	15	2
B	15	2	30	3

Or

(ஆ) மார்ஷல் குறியீட்டு எண்ணை காண்க.

பொருட்கள்	p_0	q_0	p_1	q_1
A	1	10	2	5
B	1	5	4	2

Find Marshall index number

Items	p_0	q_0	p_1	q_1
A	1	10	2	5
B	1	5	4	2

14. (அ) 1992-ம் வருடத்திற்கான பிஷரின் குறியீட்டெண்ணை காண்க.

வருடம்	அரிசி		கோதுமை		மாவு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு	விலை	அளவு
1988	9.3	100	6.4	11	5.1	5
1992	4.5	90	3.7	10	2.7	3

Calculate Fisher's index number for the year 1992

Year	Rice		Wheat		Flour	
	Price	Quantity	Price	Quantity	Price	Quantity
1988	9.3	100	6.4	11	5.1	5
1992	4.5	90	3.7	10	2.7	3

Or

(ஆ) $p_{01} \times p_{10} = 1$ என பிஷரின் குறியீட்டெண்ணி...

நிரூபி.

Prove that $p_{01} \times p_{10} = 1$ for Fisher's index number.

15. (அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டவைக்கு ஒரு நேர் கோட்டை பொருத்துக.

x	0	1	2
y	2.1	3.5	5.4

Fit a straight line to the following data

x	0	1	2
y	2.1	3.5	5.4

Or

(ஆ) $y = a + bx$ என்ற நேர்கோட்டை பொருத்துவதற்கான ஒழுங்குச் சமன்பாடுகளை காண்க.

Find the normal equations for fitting a straight line $y = a + bx$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $(A) = (\alpha) = (B) = (\beta) = \dfrac{N}{2}$ எனில் $(AB) = (\alpha\beta)$ எனவும் $(A\beta) = (\alpha B)$ எனவும் காட்டுக.

Given that $(A) = (\alpha) = (B) = (\beta) = \dfrac{N}{2}$, show that $(AB) = (\alpha\beta)$ and $(A\beta) = (\alpha B)$.

Or

(ஆ) ஒரு இடத்தில் உள்ள 500 ஆண்களில் 172 பேர் காலராவால் தாக்கப்பட்டவர்கள். மேலும் தடுப்பூசி எடுத்துக் கொண்ட 178 நபர்களில் 128 பேர் தாக்கப்பட்டார்கள் எனில் எத்தனை நபர்கள்
(i) தடுப்பூசி எடுக்காமல் தாக்கப்படாதவர்கள்
(ii) தடுப்பூசி எடுத்து தாக்கப்படாதவர்கள்
(iii) தடுப்பூசி எடுக்காமல் தாக்கப்பட்டவர்கள்.

Of 500 men in a locality exposed to cholera 172 in all were attacked; 178 were inoculated and of these 128 were attacked. Find the number of persons (i) not inoculated not attacked (ii) inoculated not attacked (iii) not inoculated attacked.

17. (அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டவற்றிற்கு லாஸ்பியர் மற்றும் பாஷியின் குறியீட்டெண்களை கண்டுபிடி.

பொருட்கள்	அடிமான வருடம்		தற்போதைய வருடம்	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	2	10	3	12
B	5	16	6.5	11
C	3.5	18	4	16
D	7	21	9	25
E	3	11	3.5	20

Find Laspeyer's and Paasche's index numbers for the following data.

Commodities	Base year		Current year	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	2	10	3	12
B	5	16	6.5	11
C	3.5	18	4	16
D	7	21	9	25
E	3	11	3.5	20

Or

(ஆ) கீழ்காணும் விவரங்களிலிருந்து லாஸ்பெயர் மற்றும் பாஷி குறியீட்டெண்கள் 25:24 என்ற விகிதத்தில் இருந்தால் விடுபட்ட விலையைக் காண்க.

பொருட்கள்	அடிமான வருடம்		நடப்பாண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	1	15	2	15
B	2	15	–	30

Find the missing price in the below data if the ratio between Laspeyer's and Paasche's index number is 25:24.

Commodities	Base year		Current year	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	1	15	2	15
B	2	15	–	30

18. (அ) கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு பௌலியின் குறியீட்டெண்ணை காண்க.

பொருட்கள்	அடிமான வருடம்		தற்போதைய வருடம்	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	2	8	4	6
B	5	10	6	5
C	4	14	5	10
D	2	19	2	13

Find Bowley's index number for the following data.

Commodities	Base year		Current year	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	2	8	4	6
B	5	10	6	5
C	4	14	5	10
D	2	19	2	13

Or

(ஆ) கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு மார்ஷலின் குறியீட்டெண்ணை காண்க.

பொருட்கள்	2016		2017	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	20	8	40	6
B	50	10	60	5
C	40	15	50	15
D	20	20	20	25

Find Marshall's index number for the following data

Commodities	2016		2017	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	20	8	40	6
B	50	10	60	5
C	40	15	50	15
D	20	20	20	25

19. (அ) பின்வரும் விவரங்களுக்கு பிஷரின் குறியீட்டெண்ணைக் கண்டறிந்து அவை காலமாற்று சோதனையை நிறைவு செய்கிறது என நிறுவுக.

பொருள்	A	B	C	D
அடிமான வருட அளவு	12	15	24	5
அடிமான வருட விலை	10	7	5	16
தற்போதைய வருட அளவு	15	20	20	5
தற்போதைய வருட விலை	12	5	9	14

Find Fisher's index number for the following data and show that it satisfies time reversal test

Commodities	A	B	C	D
Base year quantity	12	15	24	5
Base year price	10	7	5	16
Current year quantity	15	20	20	5
Current year price	12	5	9	14

Or

(ஆ) பின்வரும் விவரங்கள் காலமாற்று சோதனையை நிறைவு செய்கிறது என நிரூபி.

பொருள்	A	B	C	D
அடிமான வருட அளவு	50	40	120	30
அடிமான வருட விலை	5	6	4	3
தற்போதைய வருட அளவு	60	50	110	35
தற்போதைய வருட விலை	7	8	5	4

Show that the given data satisfies time reversal test

Commodity	A	B	C	D
Base year quantity	50	40	120	30
Base year price	5	6	4	3
Current year quantity	60	50	110	35
Current year price	7	8	5	4

20. (அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டவைக்கு ஒரு நேர்கோட்டை பொருத்துக. மேலும் $x = 6$க்கு தொடர்புடைய y-ன் மதிப்பை காண்.

x	0	5	10	15	20	25
y	12	15	17	22	24	30

Fit a straight line to the following data and estimate the value of y corresponding to $x = 6$.

x	0	5	10	15	20	25
y	12	15	17	22	24	30

Or

(ஆ) ஒரு நேர்கோட்டை பொருத்துவதை விவரிக்க.

Explain how to fit a straight line.

(8 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 20844 **Sub. Code : GMMA 5**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018

Fifth Semester

Mathematics — Main

Elective : PROGRAMMING IN C

(For those who joined in July 2012–2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. = = என்பது ———————— செயற்குறி.

(அ) ஒதுக்கீடு (ஆ) தொடர்புடைய

(இ) தர்க்கமான (ஈ) பிட் நிலை

= = is ———————— operator.

(a) assignment (b) relational

(c) logical (d) bitwise

$a = 4, b = 3$ எனில் a % b -இன் மதிப்பு என்ன?

(அ) 2 (ஆ) –2

(இ) 0.2 (ஈ) 1

If $a = 4, b = 3$, then what is the value of a % b?

(a) 2 (b) –2

(c) 0.2 (d) 1

While கூற்று என்பது ———————— கட்டுப்பாட்டுடைய சுற்று.

(அ) நுழைவு (ஆ) வெளியேற்றும்

(இ) காக்கப்பட்ட (ஈ) முகப்பு

While statement is ———————— controlled loop.

(a) entry (b) exit

(c) nested (d) counter

do **while** சுற்று எத்தனை தடவை சுற்றுக்கு உத்திரவாதம்?

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) எண்ணிடலங்காத (ஈ) மாற்றத்தக்க

How many times is a do while loop guaranteed to loop?

(a) 0 (b) 1

(c) infinitely (d) variable

5. அணி என்பது இதன் தொகுப்பான் ஆகும்

(அ) வெவ்வேறு தரவின் உறுப்பு

(ஆ) ஒரே தரவின் உறுப்பு

(இ) (அ) மற்றும் (ஆ)

(ஈ) ஏதுமில்லை

An array is a collection of

(a) different data types

(b) same data types

(c) (a) and (b)

(d) none of these

6. இரண்டு கோர்வைகள் ஒன்றுக்கொன்று சமமானதாக இருந்தால் strcmp( ) சார்பு தருவது

(அ) –1 (ஆ) 1

(இ) 0 (ஈ) YES

If the two strings are identical, then strcmp( ) function returns

(a) –1 (b) 1

(c) 0 (d) YES

7. Return கூற்றின் வடிவம்

(அ) return (ஆ) return,

(இ) return; (ஈ) return.

Return statement can take form

(a) return (b) return,

(c) return; (d) return.

8. தன்னைத்தானே கூப்பிடும் சார்பு ———— சார்பு.

(அ) தொடர் நிகழ் (ஆ) சார்பின்

(இ) நட்பு (ஈ) ஏதுமில்லை

A function that calls itself is known as a ———— function.

(a) Recursive (b) Function of

(c) Friend (d) None

9. ஒரு சுட்டி என்பது

(அ) மாறிகளை உருவாக்குவதற்கான முதன்மைச் சொல்

(ஆ) முகவரி ஆணைகளை தேக்கி வைக்கும் ஒரு மாறி

(இ) ஒரு முகவரியை தேக்கி வைக்கும் இன்னொரு முகவரி

(ஈ) இவை அனைத்தும்

A pointer is

(a) a keyword used to create variables

(b) a variable that stores address of a instruction

(c) a variable that stores address of other variable

(d) all of the above

10. கோப்பையில் fopen 0 கூற்று, கோப்பையை திறக்காத போது —————— எழுதும்.

(அ) NULL (ஆ) –1

(இ) 1 (ஈ) 0

When fopen 0 fails of open a fail it returns ——————.

(a) NULL (b) –1

(c) 1 (d) 0

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) முழு எண் தரவு இனங்கள் பற்றி சுருக்கமாக விவரி.

Explain briefly integer data types.

Or

(ஆ) ஒதுக்கீடு கூற்று பற்றி எழுதுக.

Write about assignment statement.

12. (அ) n எண்களின் சராசரி மதிப்பு காண்பதற்கான ஒரு C திட்டம் எழுதுக.

Write a C program to find the average of n numbers.

Or

(ஆ) முதல் 100 இரட்டைப்படை எண்களை அச்சிடுவதற்கான C திட்டம் எழுதுக.

Write C program to print the first 100 even numbers.

(ஆ) கோர்வைகளைக் கையாளும் செயற்கூறுகளை விவரி.

Explain the String Handling functions.

(அ) திரும்ப மதிப்பு மற்றும் தரு மதிப்புகளைச் சார்ந்த சார்புகளின் நன்மைகளை உதாரணத்தோடு விவரி.

Illustrate the use of function with return values and arguments with an example.

Or

(ஆ) கட்டமைப்பின் தொடரை எளிய திட்டம் ஒன்றின் மூலம் விளக்குக.

Write a simple program to explain arrays of structures.

(அ) சுட்டிகளிலிருந்து சார்புகள் பற்றி விவரி.

Explain pointers to functions.

Or

(ஆ) குறிப்பிலா அணுகுக் கோப்பு பற்றி விவரி.

Explain random access to files.

(அ) getchar மற்றும் gets சார்புகளை பற்றி எழுதுக.

Write a short note on getchar and gets functions.

Or

(ஆ) இயங்கு அணி பற்றி விவரி.

Describe dynamic arrays.

(அ) காக்கப்பட்ட கட்டமைப்பு பற்றி விவரி.

Explain nested structure.

Or

(ஆ) சார்பு என்றால் என்ன? சார்புகளை எவ்வாறு வரையறுப்பது?

What is function? How function is defined?

(அ) சுட்டிகளை சரங்களுடன் ஒப்பிடுக.

Compare pointers with arrays.

Or

(ஆ) getc மற்றும் putc சார்புகள் பற்றி குறிப்பு எழுதுக.

Write a short note on getc and putc functions.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) C-ல் வெவ்வேறு விதமான அறிவித்தல் பற்றி விவரி.

Describe different type declaration in C.

Or

(ஆ) C செயலிகளைப் பற்றி ஒரு கட்டுரை எழுதுக.

Write an essay about C operators.

17. (அ) கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்ணின் பெருக்கல் அட்டவணையை காட்சிபடுத்துவதற்கான C திட்டம் எழுதுக.

Write a program of C to display the multiplication table of a given number.

Or

(ஆ) Switch கூற்றை விரிவாக அதன் விதிகளைப் பற்றி விவரி.

Explain in detail the Switch statement with its rules.

18. (அ) கூட்டுத்தொகை $= \sum_{i=1}^{10} x_i^2$ காண திட்டம் எழுதுக.

Write a program to evaluate Sum $= \sum_{i=1}^{10} x_i^2$

Or

(ஆ) கோர்வைகளைக் கையாளும் செயற்கூறுகளை விவரி.

Explain the String Handling functions.

(அ) திரும்ப மதிப்பு மற்றும் தரு மதிப்புகளைச் சார்ந்த சார்புகளின் நன்மைகளை உதாரணத்தோடு விவரி.

Illustrate the use of function with return values and arguments with an example.

Or

(ஆ) கட்டமைப்பின் தொடரை எளிய திட்டம் ஒன்றின் மூலம் விளக்குக.

Write a simple program to explain arrays of structures.

(அ) சுட்டிகளிலிருந்து சார்புகள் பற்றி விவரி.

Explain pointers to functions.

Or

(ஆ) குறிப்பிலா அணுகுக் கோப்பு பற்றி விவரி.

Explain random access to files.

———————

Reg. No. : ....

Code No. : 20830 Sub. Code : GMMA 63/ GMMC 63

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Sixth Semester

Mathematics – Main

MECHANICS

(Also common to Maths with CA)

(For those who joined in July 2012 – 2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. ஒரு கட்டிறுக்கப் பொருளின் மேல் ஒரு தரத்தின் விசைகளின் தொகுதி செயல்படுமானால், அப்பொருள் சமநிலையில் இருந்தால்

(அ) $X = 0, Y = 0$

(ஆ) $X = 0, G = 0$

(இ) $X = 0, Y = 0, G = 0$

(ஈ) $G = 0$

A system coplanar forces acting on a rigid bod[illegible] are in equilibrium if ————

(a) $X = 0, Y = 0$

(b) $X = 0, G = 0$

(c) $X = 0, Y = 0, G = 0$

(d) $G = 0$

2. P, Q ஆகியன இரு விசைகள் எனில் அதன் மீச்சிறு வி[illegible] விசை ————

(அ) $P + Q$ (ஆ) $P - Q$

(இ) $\frac{P}{Q}$ (ஈ) இவையேதுமில்லை

If P, Q are two forces then the least resultant [illegible] ————

(a) $P + Q$ (b) $P - Q$

(c) $\frac{P}{Q}$ (d) None of these

3. ஒரு விசை F–ன், அதே திசையில் கூறிட்ட ப[illegible] ————

(அ) $2F$ (ஆ) F

(இ) $-F$ (ஈ) 0

The resolved part of F in it's own direction is

(a) $2F$ (b) F

(c) $-F$ (d) 0

4. $\mu-$ உராய்வு கெழு, $\lambda-$ உராய்வுக் கோணம் எனில் ————

(அ) $\tan\mu = \lambda$ (ஆ) $\tan\lambda = \mu$

(இ) $\cos\mu = \lambda$ (ஈ) $\cot\lambda = \mu$

If μ - coefficient of friction, λ - angle of friction then ————

(a) $\tan\mu = \lambda$ (b) $\tan\lambda = \mu$

(c) $\cos\mu = \lambda$ (d) $\cot\lambda = \mu$

5. ஒரு எறிபொருளின் பறக்கும் காலம் ————

(அ) $\frac{2u\cos\alpha}{g}$ (ஆ) $\frac{2u\sin\alpha}{g}$

(இ) $\frac{u\cos 2\alpha}{g}$ (ஈ) $\frac{u\sin 2\alpha}{g}$

The time of flight of a projectile is ————

(a) $\frac{2u\cos\alpha}{g}$ (b) $\frac{2u\sin\alpha}{g}$

(c) $\frac{u\cos 2\alpha}{g}$ (d) $\frac{u\sin 2\alpha}{g}$

6. β கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள ஒரு சாய்தளத்தின் வீ

____

(அ) $\dfrac{2u^2 \cos\alpha \sin(\alpha+\beta)}{g\cos^2\beta}$

(ஆ) $\dfrac{2u^2 \cos\alpha \sin(\alpha-\beta)}{g\cos^2\beta}$

(இ) $\dfrac{u^2 \sin(\alpha+\beta)}{g\cos^2\beta}$

(ஈ) $\dfrac{u \sin(\alpha+\beta)\cos\alpha}{g\cos^2\beta}$

The range on the inclined plane inclined at angle β is ____________

(a) $\dfrac{2u^2 \cos\alpha \sin(\alpha+\beta)}{g\cos^2\beta}$

(b) $\dfrac{2u^2 \cos\alpha \sin(\alpha-\beta)}{g\cos^2\beta}$

(c) $\dfrac{u^2 \sin(\alpha+\beta)}{g\cos^2\beta}$

(d) $\dfrac{u \sin(\alpha+\beta)\cos\alpha}{g\cos^2\beta}$

திசை வேகத்தின் அளவு என்பது

(அ) வேகம் (ஆ) மாறிலி

(இ) முடுக்கம் (ஈ) இவையேதுமில்லை

The magnitude of velocity is ____________

(a) speed (b) constant

(c) acceleration (d) none of these

8. S.H.M. ன் காலம் ____________

(அ) $\dfrac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$ (ஆ) $2\sqrt{\dfrac{h}{\mu}}$

(இ) $\dfrac{h}{2}$ (ஈ) $2\sqrt{\dfrac{\mu}{2\pi}}$

The period of S.H.M. is

(a) $\dfrac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$ (b) $2\sqrt{\dfrac{h}{\mu}}$

(c) $\dfrac{h}{2}$ (d) $2\sqrt{\dfrac{\mu}{2\pi}}$

9. நீள்வட்ட பாதையில் இயங்கும் துகளின் காலம் ————

(அ) $\frac{\pi ab}{h}$ (ஆ) $\frac{2\pi ab}{h}$

(இ) $\frac{\pi ab}{2h}$ (ஈ) $2h\pi ab$

The periodic time of a particle moving in elliptic orbit is ————

(a) $\frac{\pi ab}{h}$ (b) $\frac{2\pi ab}{h}$

(c) $\frac{\pi ab}{2h}$ (d) $2h\pi ab$

10. ஆர வேகம் = ————

(அ) $\dot{r}$ (ஆ) $\ddot{r}$

(இ) $r\dot{\theta}$ (ஈ) $-r\dot{\theta}$

Radial velocity = ————

(a) $\dot{r}$ (b) $\ddot{r}$

(c) $r\dot{\theta}$ (d) $-r\dot{\theta}$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) விசைகளுக்கான முக்கோண விதியை எழுதி நிரூபி.

State and prove the triangle law of forces.

Or

(ஆ) மூன்று இணை விசைகள் சமநிலையில் இருப்பின் அவை ஒவ்வொன்றும் மற்றைய இரண்டிற்குமிடையேயான தூரத்தின் மடங்காக இருக்கும் என நிரூபி.

If three parallel forces are in equilibrium, show that each is proportional to the distance between other two.

12. (அ) உராய்வு விதிகளைக் கூறுக.

State the laws of friction.

Or

(ஆ) ஒரு தளத்திலியங்கும் விசைத் தொகுப்பின் விளைவு விசைக்கான சமன்பாட்டை வருவி.

Derive the equation to the line of action of the resultant of a system of coplanar forces.

13. (அ) ஒரு எறிபொருள் அடையும் மீப்பெரு உயரம் காண்க.

Find the greatest height attained by a projectile.

Or

(ஆ) ஒரு எறிபொருளின் பாதையைக் காண்க.

Find the path of the projectile.

14. (அ) t எனும் நேரத்தில் ஒரு நகரும் புள்ளியின் தூரம் $x = a\cos wt + b\sin wt$, எனில் அது சீரிசை இயக்கத்தில் இருக்கும் என நிரூபி.

If the displacement of a moving point at a time t is given by $x = a\cos wt + b\sin wt$, prove that the motion is SHM.

Or

(ஆ) சாமானிய சீரிசை இயக்கத்தின் சமன்பாட்டை வருவி.

Derive the equation of simple harmonic motion.

15. (அ) ஒரு மைய ஒழுக்கின் வகைக்கெழு சமன்பாடு காண்க.

Find the differential equation of central force.

Or

(ஆ) ஒரு கூம்பு பெட்டியின் ஒரு குவியத்தை விசை மையமாகக் கொண்ட மைய ஒழுக்கில் இயங்கும் துகளின் விசை விதி காண்க.

Find the law of force when the particle moves in a conic with centre of force as one of it's focus.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $ABCDEF$ என்ற ஒழுங்கான அறுக்கோணத்தின் முனை A - இல் $\overline{AB}, 2\overline{AC}, 3\overline{AD}, 4\overline{AE}, 5\overline{AF}$ ஆகிய விசைகள் செயல்படுகின்றன. அவைகளின் விளைவு விசையின் அளவு $AB\sqrt{35}$ எனவும் AB யுடன் உண்டாக்கும் கோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{7}{\sqrt{3}}\right)$ எனவும் காட்டுக.

$ABCDEF$ is regular hexagon and at A, act forces represented by $\overline{AB}, 2\overline{AC}, 3\overline{AD}, 4\overline{AE}, 5\overline{AF}$. Show that the magnitude of the resultant is $AB\sqrt{35}$, and that it makes an angle $\tan^{-1}\left(\frac{7}{\sqrt{3}}\right)$ with AB.

Or

(ஆ) திருப்புத் திறன்களுக்காக வேரிக்கான் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove the Varignon's theorem on moments.

17. (அ) ஒரு பொருளின் மேல் செயல்படும் இரு சமமில்லாத விசைகளின் விளைவு விசையினையும் அதன் செயல்படுமிடத்தையும் காண்க.

Find the resultant of two unlike parallel forces acting on a body.

Or

(ஆ) ஒரு சீரான கம்பு உள்ளீடற்ற சொரசொரப்பான கோளத்தில் எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது. கம்பு கோளத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் 2α, உராய்வின் கோணம் λ எனில், கம்பு இடைக்கோட்டுடன் அமைக்கும் கோணம் $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sin 2\lambda}{\cos 2\alpha + \cos 2\lambda}\right)$ என நிரூபி.

A uniform rod rests in equilibrium within a rough hollow sphere. If the rod subtends an angle 2α at the centre of the sphere and if λ is the angle of friction, show that the inclination θ of the rod to the horizontal is $\tan^{-1}\left(\dfrac{\sin 2\lambda}{\cos 2\alpha + \cos 2\lambda}\right)$.

18. (அ) சாய்தளத்தின் மீதான எறிபொருளின் வீச்சு மற்றும் அதன் மீப்பெரு மதிப்புக் காண்க.

Find the range of a projectile on an inclined plane and find its maximum values.

Or

(ஆ) இரு இணையான சுவர்களின் உச்சிகளை உராய்ந்து செல்லுமாறு ஒரு பற்று எறியப்படுகிறது. முதல் சுவர் 'a' உயரமுடையதாகவும் ஒரு தளத்திலிருந்து 'b' நிலையிலும் உள்ளது. இரண்டாவது சுவர் 'b' உயரமுடையது மற்றும் எறி இடத்திலிருந்து 'a' தொலைவிலும் உள்ளது. பந்தின் பாதை இரு சுவர்களுக்கும் நேர்க்குத்தான தளத்தில் அமையுமாயின் கிடைத்தளத்தில் பந்தின் வீச்சு காண். எறிகோணம் $\tan^{-1} 3$ஐ விட அதிகம் என காட்டுக.

A ball is projected so as just to graze two walls, the first of height 'a' at a distance 'b' from the point of projection and second of height 'b' at a distance 'a' from the point of projection. If the trajectory is lying on a plane vertical to the walls, find the range on the horizontal plane and show than the angle of projection exceeds $\tan^{-1} 3$.

19. (அ) ஒரே நேர் கோட்டின் ஒரே அலைவு நேரம் கொண்ட இரு சீரிசை இயக்கங்களின் தொகுப்பைப் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ள ஒரே அலைவு நேரம் கொண்ட இரு சீரிசை இயக்கங்களின் தொகுப்பையும் காண்க.

Find the composition of two simple harmonic motions of the same period in the same straight line and the composition of two simple harmonic motions of the same period in two perpendicular directions.

Or

(ஆ) ஒரு துகள் சீரிசை இயக்கத்தில் இயங்குகிறது. x_1, x_2, x_3 என்பன மூன்று அடுத்தடுத்த மணித்துளிகளில் மைய புள்ளியிலிருந்து உள்ள தூரங்கள் எனில் அலைவு நேரம் $\dfrac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\dfrac{x_1 + x_3}{2x^2}\right)}$ என நிரூபி.

A particle is moving with SHM. If th distances from the centre of oscillation a three consecutive seconds are x_1, x_2, x respectively, then prove that the period o oscillation is $\dfrac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\dfrac{x_1 + x_3}{2x^2}\right)}$.

20. (அ) (i) வரையறு : கோண வேகம், பரப்பு வேக மைய விசைப் பாதை

(ii) மைய விசைப் பாதையில் நகரும் துகளு பரப்பு திசைவேகம் மாறாதது எனக் காட்டு

(i) Define : Angular velocit and central orbit.

(ii) Show that the areal velocity is constant for a particle describin central orbit.

Or

(ஆ) $r^n = a^n \cos n\theta$ என்ற வளைவரையை உருவா விசை விதியினைக் காண்க. $n = \pm 1,$ வகைகளை விவாதிக்க.

Find the law of force towards the pole un which the curve $r^n = a^n \cos n\theta$ can described. Discuss the cases $n = \pm 1, \pm 2$.

Reg. No. : ....

Code No. : 21134

Sub. Code : JMMA 12/ JMMC 12/SMMA 12

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

First Semester

Mathematics — Main

CLASSICAL ALGEBRA

(Also common to Maths with Computer Application) – Main

(For those who joined in July 2016 Onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் அமையுமாயின் ________.

(அ) $ca^3 = db^3$

(ஆ) $c^3a = d^3b$

(இ) $ac^3 = b^3d$

(ஈ) $ab^3 = c^3d$

If the roots of the equation $ax^3 + 3bx^3 + 3cx + d$ ... then

(a) $ca^3 = db^3$ (b) $c^3a = d^3b$

(c) $ac^3 = b^3d$ (d) $ab^3 = c^3d$

2. $x^3 + qr + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு α, β, γ எனில் $(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha) =$

(அ) 1 (ஆ) q

(இ) r (ஈ) –r

If α, β, γ are roots of the equation $x^3 + qr + r = 0$ then $(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha) =$

(a) 1 (b) q

(c) r (d) –r

3. $\dfrac{xf'(x)}{f(x)}$ என்பதன் விரிவாக்கத்தில் $\dfrac{1}{x^r}$ ன் கெழு.

(அ) r (ஆ) r + 1

(இ) S_{r+1} (ஈ) S_r

The coefficient of $\dfrac{1}{x^r}$ in the expansion of $\dfrac{xf'(x)}{f(x)}$ is

__________.

(a) r (b) r + 1

(c) S_{r+1} (d) S_r

4. $x^5 - 5x^2 + 5x^2 - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு

(அ) 1 (ஆ) –1

(இ) 0 (ஈ) 5

A root of the equation $x^5 - 5x^2 + 5x^2 - 1 = 0$ is

(a) 1 (b) –1

(c) 0 (d) 5

5. $x^3 - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{3} - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் 12-ஆல் பெருக்கினால் கிடைப்பது

(அ) $x^3 + 3x^2 + 48x + 1728 = 0$

(ஆ) $x^3 - 3x^2 + 48x + 1728 = 0$

(இ) $x^3 - 3x^2 + 48x - 1728 = 0$

(ஈ) $12x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = 0$

If we multiply the roots of the equation $x^3 - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{3} - 1 = 0$ by 12 we get

(a) $x^3 + 3x^2 + 48x + 1728 = 0$

(b) $x^3 - 3x^2 + 48x + 1728 = 0$

(c) $x^3 - 3x^2 + 48x - 1728 = 0$

(d) $12x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = 0$

6. α,β,γ என்பது $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ எ சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் எ $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள்

(அ) α,β,γ (ஆ) $-\alpha,-\beta,-\gamma$

(இ) $\alpha,-\beta,\gamma$ (ஈ) காண இயலாது

If α,β,γ are roots of the equati $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, then the roots of the equati $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ are

(a) α,β,γ (b) $-\alpha,-\beta,-\gamma$

(c) $\alpha,-\beta,\gamma$ (d) cannot be found

7. $x^4 - 9x^2 + 4x + 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரு மூலங்கள் $x =$ ________

(அ) -1 (ஆ) -3

(இ) 2 (ஈ) 1

Two equal roots of the equatio $x^4 - 9x^2 + 4x + 12 = 0$ is $x =$ ________.

(a) -1 (b) -3

(c) 2 (d) 1

8. விகிதமுறு மூலங்களைக் காண ________ முறையை உபயோகிக்கலாம்.

(அ) ஹார்னர் (ஆ) நியூட்டன்

(இ) ரோல் (ஈ) ஸ்டர்ம்

To find a rational root, we can use ________ method.

(a) Horner's (b) Newton's

(c) Rolle's (d) Sturm's

9. ஒரு முப்படிச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க கார்டன் முறையை பயன்படுத்த வேண்டுமாயின் அதன் கற்பனை மூலங்களின் எண்ணிக்கை ________.

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) 2 (ஈ) 3

To solve a cubic equation using Cardon's method, the number of imaginary roots of the equation must be ________.

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

10. பெர்ராரி முறையில் ________ கொண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கலாம்.

(அ) நான்குபடி (ஆ) முப்படி

(இ) இருபடி (ஈ) ஏதுமில்லை

In Ferrari's method, ________ equations can be solved.

(a) Quadratic (b) Cubic

(c) Biquadratic (d) None

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) $x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 8x - 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டி[illegible] ஒரு மூலம் $1-\sqrt{5}$ எனில் அதனைத் தீர்.

Solve the equation $x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 8x - 8 = 0$ given that one root is $1-\sqrt{5}$.

Or

(ஆ) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ஒரு தீர்வாக அமையுமாறு விகிதமு[illegible] கெழுக்களைக் கொண்ட ஒரு சமன்பாட்[illegible] அமைக்கவும்.

Form an equation with rational coefficient[illegible] one of whose roots is $\sqrt{5}+\sqrt{2}$.

12. (அ) $x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டி[illegible] மூலங்கள் α, β, γ எனில் $\frac{1}{\alpha^5}+\frac{1}{\beta^5}+\frac{1}{\gamma^5}$ மதிப்[illegible] காண்.

Find $\frac{1}{\alpha^5}+\frac{1}{\beta^5}+\frac{1}{\gamma^5}$ where α, β, γ are the root[illegible] of the equation $x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$.

Or

(ஆ) தீர்: $4x^4 - 20x^3 + 33x^2 - 20x + 4 = 0$

Solve: $4x^4 - 20x^3 + 33x^2 - 20x + 4 = 0$.

13. (அ) $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களிலிருந்து 2-ஐ கழிக்கவும்.

Diminish the roots of the equation $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ by 2.

Or

(ஆ) $3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - 7 = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு மிகை, ஒரு குறை மற்றும் இரு கற்பனை மூலங்களைக் கொண்டது என நிரூபி.

Show that the equation $3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - 7 = 0$ has one positive, one negative and two imaginary roots.

14. (அ) $x^4 - 14x^2 + 16x + 9 = 0$ என்ற சடன்பாட்டின் மெய்யெண் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை காண்.

Find the number of real roots of the equation $x^4 - 14x^2 + 16x + 9 = 0$.

Or

(ஆ) $x^3 + px + q = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் அனைத்து மூலங்களும் மெய்யாக இருக்கத் தேவையான நிபந்தனை காண்.

Find the condition that all the roots of the equation $x^3 + px + q = 0$ are real.

15. (அ) வரைபடம் மூலம் தீர்: $x^3-7x+6=0$.

Solve the equation $x^3-7x+6=0$ graphically.

Or

(ஆ) தீர் $x^4-4x^3-10x^2+64x+40=0$

Solve $x^4-4x^3-10x^2+64x+40=0$.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) $x^4-2x^3+4x^2+6x-21=0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரு மூலங்கள் மதிப்பில் சமமாகவும் குறியீட்டில் எதிரெதிராகவும் இருப்பின் அதனைத் தீர்.

Solve the equation $x^4-2x^3+4x^2+6x-21=0$ given that two of its roots are equal in magnitude and opposite in sign.

Or

(ஆ) $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ எனில் காண்.

(i) $\sum\alpha^2$

(ii) $\sum\alpha^2\beta\gamma$

(iii) $\sum\alpha^2\beta^2$

(iv) $\sum\alpha^4$.

If $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ are the roots of the equation $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$, then find

(i) $\sum\alpha^2$

(ii) $\sum\alpha^2\beta\gamma$

(iii) $\sum\alpha^2\beta^2$

(iv) $\sum\alpha^4$.

17. (அ) $x^7+5x^4+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் பதினொன்றாம் படிகளின் கூடுதல் பூஜ்யம் எனக் காட்டுக.

Show that the sum of the eleventh powers of the roots of the equation $x^7+5x^4+1=0$ is zero.

Or

(ஆ) தீர்: $6x^6-35x^5+56x^4-56x^2+35x-6=0$

Solve: $6x^6-35x^5+56x^4-56x^2+35x-6=0$.

18. (அ) $x^4+3x-1=0$ என்ற சமன்பாடு இரண்டு மெய் மற்றும் இரண்டு கற்பனை மூலங்களைக் கொண்டிருக்கும் என நிரூபி.

Prove that the equation $x^4+3x-1=0$ has two real and two imaginary roots.

Or

(ஆ) $x^4 + 4x^3 = 2x^2 - 12x + a = 0$ என்ற சமன்பாட்டி மூலங்களின் மெய்த்தன்மையை a -ன் அனைத் மெய் மதிப்புகளுக்கும் விவரி.

Discuss the reality of the roots of $x^4 + 4x^3 = 2x^2 - 12x + a = 0$ for all real values of a.

19. (அ) $4x^3 + 20x^2 - 23x + 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டி விகிதமுறு மூலங்கள் அனைத்தையும் காண்.

Find all rational roots of the equation $4x^3 + 20x^2 - 23x + 6 = 0$.

Or

(ஆ) $x^3 - 3x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு தீர் 1க்கும் 2-க்கும் இடையில் உள்ளது. அதனை மூன் தசம் திருத்தமாக காண்.

The equation $x^3 - 3x + 1 = 0$ has a root between 1 and 2. Calculate it correct to three places of decimals.

20. (அ) தீர்: $2x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 2 = 0$.

Solve: $2x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 2 = 0$.

Or

(ஆ) $x^3 - 9x^2 + 108 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினைத் தீர்.

Solve the equation $x^3 - 9x^2 + 108 = 0$.

Reg. No. : ....

Code No. : 20846 **Sub. Code : GMMA 5 F**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Fifth Semester

Mathematics – Main

Elective — FUZZY SETS AND LOGIC

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer:

1. μ_1, μ_2 என்பன் x-ன் இரண்டு மாறாமென் உட்கணங்கள் எனில் $(\mu_1 \cap \mu_2)(x) =$ ————.

(அ) மீச்சிறு $\{\mu_1(x), \mu_2(x)\}$

(ஆ) மீப்பெரு $\{\mu_1(x), 1-\mu_2(x)\}$

(இ) மீச்சிறு $\{1-\mu_1(x), \mu_2(x)\}$

(ஈ) ஏதுமில்லை

If μ_1 and μ_2 are two fuzzy subsets of x, th

$(\mu_1 \cap \mu_2)(x) =$ ————————.

(a) mini $\{\mu_1(x), \mu_2(x)\}$

(b) max $\{\mu_1(x), 1-\mu_2(x)\}$

(c) mini $\{1-\mu_1(x), \mu_2(x)\}$

(d) none

2. X ல் உள்ள மாறாமென் உட்கணம் μ–ன் தாங்கி

எனில் ————————

(அ) $\mu(x) < 0$ (ஆ) $\mu(x) > 0$

(இ) $\mu(x) = 0$ (ஈ) ஏதுமில்லை

If x is the support of a fuzzy subset of μ of

then ————————.

(a) $\mu(x) < 0$ (b) $\mu(x) > 0$

(c) $\mu(x) = 0$ (d) None

3. பிரதிபலிப்பு மற்றும் மாற்றுத் தொடர்பு

மாறாமென்தொடர்பு ———————— எனப்படு

(அ) முன்வரிசை (ஆ) பகுதி வரிசை

(இ) பொறுப்பது (ஈ) எதுமில்லை

A fuzzy relation is called Fuzzy ————————

if it is reflexive and transitive

(a) preorder (b) partial order

(c) tolerance (d) none

P, Q என்பன இரு கூற்றுகள் எனில் $P \uparrow Q \Leftrightarrow$

————————

(அ) $\neg(P \vee Q)$ (ஆ) $P \vee Q$

(இ) $P \wedge Q$ (ஈ) ஏதுமில்லை

For any two propositions P and Q, $P \uparrow Q \Leftrightarrow$

————————.

(a) $\neg(P \vee Q)$ (b) $P \vee Q$

(c) $P \wedge Q$ (d) None

$\mu : S \to [0, 1]$ என்ற மாறாமென் சார்பு, $\mu(x, y) \geq$ மீச்சிறு $\{\mu(x), \mu(y)\}$ எனில் அது ஓர் மாறாமென் ———————— என்றழைக்கப்படுகிறது.

(அ) உட்குலம் (ஆ) உட்குலப்பரிமாணி

(இ) உள்வளையம் (ஈ) ஏதுமில்லை

A fuzzy set $\mu : S \to [0, 1]$ is called fuzzy ———————— of S if $\mu(x, y) \geq$ mini $\{\mu(x), \mu(y)\}$.

(a) Subgroup (b) Subgroupoid

(c) Subring (d) None

6. $\mu(x)=\mu(e)\leq\mu(0)$ எனும்படியான R-ன் மாறாமென் பிறப்பாக்கி μ எனில் R ஒரு ———— ஆகும்.

(அ) குலம் (ஆ) வளையம்

(இ) புலம் (ஈ) ஏதுமில்லை

For any fuzzy ideal μ of R, if $\mu(x)=\mu(e)\leq\mu(0)$ then R is a ————.

(a) group (b) ring

(c) field (d) none

7. நேரியவெளி X ல் ஓர் குடும்ப மாறாமென் உள்வெளிகளின் வெட்டு. ஓர் ————

(அ) மாறா உள்வெளி

(ஆ) மாறா உள்வெளி அல்ல

(இ) இயல்பான உள்வெளி

(ஈ) நேரிய வெளி

The intersection of a family of fuzzy subspaces of a linear space X is ————.

(a) a fuzzy subspace

(b) not a fuzzy subspace

(c) normal subspace

(d) linear subspace

8. R-மீதான ஒரு நேரிய வெளி X-ன் ஒரு மாறாமென் உட்கணம் μ ———— மாறாமென் உட்கணம் எனில் $k\mu+(1-k)\mu\subseteq\mu$ அனைத்து $k\in R$-க்கும்.

(அ) ஒன்றுபடும் (ஆ) குவிந்த

(இ) சமநிலையான (ஈ) உட்கிரகிக்கும்

A fuzzy subset μ of a linear space X over R is said to be ———— fuzzy subset of $k\mu+(1-k)\mu\subseteq\mu$ for all $k\in R$

(a) an affine (b) a convex

(c) a balanced (d) an absorbing

9. X ல் $\{x_n\}$ என்ற தொடரானது காஷி தொடர் எனில் $\lim\limits_{\substack{m\to\infty\\ n\to\infty}} d(x_m, x_n)=$ ————.

(அ) 0 (ஆ) $\in$

(இ) $\overline{0}$ (ஈ) $\underline{0}$

If a sequence $\{x_n\}$ in X is a Cauchy sequence then $\lim\limits_{\substack{m\to\infty\\ n\to\infty}} d(x_m, x_n)=$ ————.

(a) 0 (b) $\in$

(c) $\overline{0}$ (d) $\underline{0}$

10. மெய்யான ஓர் மாறாமென் எண் x குவிவானது எனில் எனும்போது அதன் ஒவ்வொரு α அடுக்குக்கணம் $[x]_\alpha$ R-ல் ———— ஆகும்.

(அ) குவிவு (ஆ) இயல்பானது

(இ) சமநிலையானது (ஈ) ஏதுமில்லை

A fuzzy real number x is convex if and only if each of its α level sets $[x]_\alpha$ is ———— in R.

(a) Convex (b) Normal

(c) Balanced (d) None

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $X = [-1,1]$, $\mu_1(x) = |x|$ எல்லா x-ம் X-ல் உள்ளது மற்றும் $\mu_2(x) = \begin{cases} 0 & -1 \le x \le 0 \\ 1-x & 0 < x < 1 \end{cases}$ எனில் $(\mu_1 \cap \mu_2)(x)$ மற்றும் $(\mu_1 \cup \mu_2)(x)$ ஐக் காண்க.

If $X = [-1, 1]$, $\mu_1(x) = |x|$ for all $x \in X$ and $\mu_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } -1 \le x \le 0 \\ 1-x & \text{if } 0 < x < 1 \end{cases}$ find $(\mu_1 \cap \mu_2)(x)$ and $(\mu_1 \cup \mu_2)(x)$.

Or

உட்கணங்கள் எனில் $[\mu_1 \cap \mu_2]^C = \mu_1^C \cup \mu_2^C$ எனவும் $\mu_1 \cup 1 = \mu_1$ எனவும் நிரூபி.

If μ_1 and μ_2 are two fuzzy subsets of X, prove that $[\mu_1 \cap \mu_2]^C = \mu_1^C \cup \mu_2^C$ and $\mu_1 \cup 1 = \mu_1$.

12. (அ) (i) $P \vee \urcorner Q$ மற்றும்

(ii) $(P \vee Q) \vee \urcorner P$ ஆகியவற்றிற்கான மெய் அட்டவணையைத் தயார் செய்க.

Construct the truth tables for

(i) $P \vee \urcorner Q$ and

(ii) $(P \vee Q) \vee \urcorner P$.

Or

(ஆ) மெய் அட்டவணை மூலம் $P \Rightarrow Q$ யும், $\urcorner Q \Rightarrow \urcorner P$ வும் மாற்றமில்லா எதிர்மறைகள் எனக் காட்டு.

By truth table, show that $P \Rightarrow Q$ and $\urcorner Q \Rightarrow \urcorner P$ are contrapositive.

13. (அ) μ ஓர் G யின் மாறாமென் உட்குலம் எனில்
$\mu(xy^{-1}) = \mu(0)$ என்பது $\mu(x) = \mu(y)$ வை
கொடுக்கின்றது என நிரூபி.

Prove that $\mu(xy^{-1}) = \mu(0)$ implies $\mu(x) = \mu(y)$, if μ is a fuzzy subgroup of G.

Or

(ஆ) μ_1, μ_2 ஆகியவை வளையம் R-ன் மாறாமென் இடது பிறப்பாக்கி எனில் $\mu_1 \times \mu_2$, $R \times R$ மாறாமென் இடது பிறப்பாக்கி என நிரூபி.

Let μ_1 and μ_2 be fuzzy left ideals of a ring R. Prove that $\mu_1 \times \mu_2$ is also a left ideal of $R \times R$.

14. (அ) ஒரு செயல்மாறாக் கோர்த்தலின் கீழ் மாறாமென் புலத்தின் எதிர்மறை பிம்பம் ஓர் மாறாமென் புலம் எனக்காட்டு.

Show that the inverse image of a fuzzy field is a fuzzy field under a homomorphism.

Or

(ஆ) L ஓர் முழுமையான தட்டி எனில் ஓரே குடும்ப மாறாமென் வீரிய கணிதங்களின் வெட்டு ஒரு மாறாமென் வீரியக் கணிதம் எனக் காட்டு.

If L is a complete lattice, show that the intersection of family of fuzzy algebra is a fuzzy algebra.

15. (அ) வழக்கமான யாப்பு வெளி (X, d) ஒரு மாறாமென் யாப்பு வெளி எனக் காட்டுக.

Show that a usual metric space (X, d) is a fuzzy metric space.

Or

(ஆ) (X, d, L, R) என்பது ஓர் மாறாமென் யாப்புவெளி எனில்

(i) $L \geq \max$ எனில் $\lambda_i(x, y) = 0 \ \forall x, y \in X$ எனவும்

(ii) $R \geq \min$ எனில் $d(x, y)(t) = 0 \ \forall t \geq \lambda_1(x, y)$ எனவும் நிரூபி.

Let (X, d, L, R) be a fuzzy matrix space. Prove that

(i) if $L \geq \max$ then $\lambda_i(x, y) = 0 \ \forall x, y \in X$ and

(ii) if $R \geq \min$ then $d(x, y)(t) = 0 \ \forall t \geq \lambda_1(x, y)$.

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) X -ன் μ_1, μ_2 என்பன இரு மாறாமெ[ன்]
உட்கணங்கள் எனில்

(i) $1.\mu_1 + 0.\mu_2 \subset \mu_1$ மற்றும்

(ii) மீப்பெரு$_{x \in X}$ $\mu_1(x) \leq$ மீப்பெரு$_{x \in X}$ $\mu_2(x)$ எனி[ல்]
எனும் படியான போது $1.\mu_1 + 0.\mu_2 = \mu_1$ எ[ன]
நிரூபி.

If μ_1 and μ_2 are two fuzzy subsets of X, then prove that

(i) $1.\mu_1 + 0.\mu_2 \subset \mu_1$ and

(ii) $1.\mu_1 + 0.\mu_2 = \mu_1$ iff
$\sup_{x \in X} \mu_1(x) \leq \sup_{x \in X} \mu_2(x)$.

Or

(ஆ) $\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n$ என்பன X-ன் மாறாமெ[ன்]
உட்கணங்கள் மற்றும் $t_1, t_2, \cdots, t_n$ மாறிலிக[ள்]
எனில் கீழ்காண்பவை சமமானவை என நிரூபி.

(i) $t_1\mu_1 + t_2\mu_2 + \cdots + t_n\mu_n \subset \mu$

(ii) $\mu(t_1 x_1 + t_2 x_2 + \cdots + t_n x_n) \geq$
சிறுமம $\{\mu_1(x_1), \mu_2(x_2), \ldots, \mu_n(x_n)\}$,
$x_1, x_2, \cdots, x_n \in X$.

If $\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n$ are fuzzy subsets of X and $t_1, t_2, \cdots, t_n$ are scalars, prove that the following are equivalent :

(i) $t_1\mu_1 + t_2\mu_2 + \cdots + t_n\mu_n \subset \mu$

(ii) for all $x_1, x_2, \cdots, x_n \in X$,
$\mu(t_1 x_1 + t_2 x_2 + \cdots + t_n x_n) \geq$
min $\{\mu_1(x_1), \mu_2(x_2), \ldots, \mu_n(x_n)\}$.

17. (அ) கீழ்க்கண்டவற்றை விளக்குக.

(i) நிபந்தனைக் கூற்று

(ii) இரு முனை நிபந்தனைக் கூற்று

(iii) முற்றிலும் சரியானவை

(iv) முற்றிலும் தவறானவை.

Explain the following :

(i) Conditional statement

(ii) Biconditional statement.

(iii) Tautology

(iv) Contradiction.

Or

(ஆ) மாறாமென் தொடர்புகளை உதாரணத்துடன் விளக்குக.

Explain fuzzy relations with examples.

18. (அ) (i) உட்பண்பு உள்ள மாறாமென் உட்குலத்தி[illegible] தனித்த சமமான சார்பின் பிம்பம் ஓர் மாறாமெ[illegible] உட்குலம் எனவும் (ii) ஒவ்வொரு மாறாமெ[illegible] உட்குலத்தின் முன்பிம்பம் ஓர் மாறாமென் உட்கு[illegible] எனவும் நிரூபி.

Prove that (i) a homomorphic image of [illegible] fuzzy subgroup in a fuzzy subgroup unde[illegible] subproperty and (ii) pre-image of every fu[illegible] subgroup in a fuzzy subgroup.

Or

(ஆ) G என்ற குலத்தின் மாறாமென் மாறா உட்குலம் [illegible] எனில் கீழ்வருவனவற்றை நிரூபி.

(i) G-ன் அனைத்து மாறாமென் உட்கண[illegible] η-க்கும், $\mu \circ \eta = \eta \circ \mu$

(ii) η என்பது மாறாமென் உட்குலம் என[illegible] $\eta \circ \mu$-ம் மாறாமென் உட்குலமாகும்.

If μ is a fuzzy invariant subgroup of a gro[illegible] G, then show that the following

(i) $\mu \circ \eta = \eta \circ \mu$ for every subset η of G[illegible]

(ii) $\eta \circ \mu$ is a fuzzy subgroup of G if η i[illegible] fuzzy subgroup.

19. (அ) X-ன் மாறா உட்குலம் μ எனில்.

$$C_0(\mu) = \bigcup \left[\{\lambda_1 \mu + \lambda_2 \mu + \cdots + \lambda_n \mu\} ; \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1 \right]$$

ஓர் குவிவு உமி என நிரூபி.

Prove that the convex hull of the fuzzy subset μ of X is

$$C_0(\mu) = \bigcup \left[\{\lambda_1 \mu + \lambda_2 \mu + \cdots + \lambda_n \mu\} ; \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1 \right].$$

Or

(ஆ) விகிதமுறு எண்களின் புலம் X மற்றும் அதன் மேல் வரையறுக்கப்பட்ட மாறாமென் புலம் F மற்றும் அதன் அங்கத்தினர் சார்பு μ_F எனில் $\mu_F(x) = 1$ $\forall\ x \in X$ என நிரூபி.

Let X be the field of rational numbers and F be a fuzzy field defined on X with membership function μ_F. Then prove that $\mu_F(x) = 1\ \forall\ x \in X$.

20. (அ) மாறாமென் எண்களின் வரிசை மற்றும் E-ல் உள்ள விரிவுகளின் குவிதல் தன்மையைப் பற்றி விவரி.

Explain about ordering in fuzzy numbers and convergence of a sequence in E.

Or

(ஆ) சமனின்மை $d(x+y)(s+t) \leq$
$R(d(x,z)(s), d(z,y)(t))$ with $R = \max$ என்பதும் முக்கோண சமனின்மை $\rho_\alpha(x, y) \leq \rho_\alpha(x, z) + \rho_\alpha(z, y)$ எல்லா $\alpha \in [0, 1]$ மற்றும் $x, y, z \in X$ என்பதும் சமானமானவை என நிரூபி.

Prove that the inequality $d(x+y)(s+t) \leq R(d(x,z)(s), d(z,y)(t))$ with $R = \max$ is equivalent to the triangular inequality $\rho_\alpha(x, y) \leq \rho_\alpha(x, z) + \rho_\alpha(z, y)$ for all $\alpha \in [0, 1]$ and $x, y, z \in X$.

Reg. No. : ....

Code No. : 20831 **Sub. Code : GMMA 64/ GMMC 64**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Sixth Semester

Mathematics — Main

GRAPH THEORY

(Also common to Maths with CA)

(For those who joined in July 2012–2015)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

Choose the correct answer.

1. தனித்த புள்ளியின் படி ______.

(அ) 4 (ஆ) 0

(இ) 3 (ஈ) 2

The degree of an isolated point is ______.

(a) 4 (b) 0

(c) 3 (d) 2

2. G_1, G_2 ஆகியன (p_1, q_1), (p_2, q_2) வரைவுகள் எனில் $G_1 \cup G_2$ என்பது ———— வரைவு.

(அ) (p_1, q_2) (ஆ) $(p_1 + p_2, q_1)$

(இ) $(p_1 + p_2, q_1 + q_2)$ (ஈ) (p_2, q_1)

Let G_1 and G_2 be (p_1, q_1) and (p_2, q_2) graphs respectively. Then $G_1 \cup G_2$ is a ———— graph.

(a) (p_1, q_2) (b) $(p_1 + p_2, q_1)$

(c) $(p_1 + p_2, q_1 + q_2)$ (d) (p_2, q_1)

3. C_3-ல் உள்ள சுற்றின் நீளம் ————.

(அ) 4 (ஆ) 3

(இ) 2 (ஈ) 1

The length of the cycle C_3 is ————.

(a) 4 (b) 3

(c) 2 (d) 1

4. தொடுத்த வரைபில் உள்ள வெட்டுப்புள்ளியில் தொடுயெண் ————.

(அ) 1 (ஆ) 0

(இ) 3 (ஈ) 2

The connectivity of a connected graph with a cut point is ————.

(a) 1 (b) 0

(c) 3 (d) 2

5. K_n ஒரு ஆயிலேரியன் வரைபு எனில் n ஒரு ————.

(அ) இரட்டை எண் (ஆ) ஒற்றை எண்

(இ) (அ) மற்றும் (ஆ) (ஈ) ஏதுமில்லை

K_n is an Eulerian graph then n is ————.

(a) an even number (b) an odd number

(c) (a) and (b) (d) none

6. (p, q) வரைபு G ஒரு மரம் எனில்

(அ) $q = p + 1$ (ஆ) $q = p + 2$

(இ) $p = q + 1$ (ஈ) $p = q - 1$

A (p, q) graph G is a tree if

(a) $q = p + 1$ (b) $q = p + 2$

(c) $p = q + 1$ (d) $p = q - 1$

7. ஒரு மரத்தின் வண்ண எண் ————.

(அ) 6 (ஆ) 4

(இ) 2 (ஈ) 0

The chromatic number of a tree is ————.

(a) 6 (b) 4

(c) 2 (d) 0

8. ஒரு மரத்தின் முகங்களின் எண்ணிக்கை

(அ) 2 (ஆ) 3

(இ) ∞ (ஈ) 1

Number of faces of a tree is

(a) 2 (b) 3

(c) ∞ (d) 1

9. $f(\overline{K}_n, \lambda) =$ ————.

(அ) λ^n (ஆ) $\lambda(\lambda-1)$

(இ) $\lambda(\lambda-1)^{n-1}$ (ஈ) ஏதுமில்லை

$f(\overline{K}_n, \lambda) =$ ————.

(a) λ^n (b) $\lambda(\lambda-1)$

(c) $\lambda(\lambda-1)^{n-1}$ (d) none

10. 'n' புள்ளிகளுடைய ஒரு முழுமையான திசை வரைவின் வளைவுகளின் எண்ணிக்கை

(அ) n (ஆ) $n(n+1)$

(இ) $n(n-1)$ (ஈ) $n+1$

The number of arcs in a complete digraph with 'n' points is

(a) n (b) $n(n+1)$

(c) $n(n-1)$ (d) $n+1$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

11. (அ) எந்த ஒரு தன் நிரப்பு வரைவும் $4n$ அல்லது $4n+1$ புள்ளிகளைக் கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

Prove that any self complementary graph has $4n$ or $4n+1$ points.

Or

(ஆ) $r(m, n) = r(n, m)$ என நிரூபி.

Prove that $r(m, n) = r(n, m)$.

12. (அ) வரைபுத் தொடர் என்பதை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.

Define the graphic sequence with an example.

Or

(ஆ) $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ என்ற p புள்ளிகளையுடைய வரைபு G தொடர்ச்சியானது என நிறுவுக.

Prove that a graph G with p points and $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ is connected.

13. (அ) ஒரு படியுள்ள இரண்டு புள்ளிகள் மட்டும் ஒரு மரத்தில் இருந்தால் அது ஒரு பாதை எனக் காட்டுக.

Show that every tree with exactly 2 vertices of degree one is a path.

Or

(ஆ) G என்பது ஒரு ஹாமில்டோனியன் வரைபடம் எனில் $S \subset V(G)$ என்ற ஒவ்வொரு உட்கணத்திற்கும் $\omega(G-S) \leq |S|$ என நிரூபி.

If G is Hamiltonian then prove that for every proper sub-set S of $V(G)$, $\omega(G-S) \leq |S|$.

14. (அ) ஒரே தளத்திலுள்ள வரைபடத்திற்கு குறைந்தது மூன்று முனைகளின் படியானது 6-ஐ விட குறைவாக இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Prove that every planar graph has atleast three vertices of degree less than 6.

Or

(ஆ) Euler's Polyhedron formula-ஐ எழுதி நிரூபி.

State and prove Euler's Polyhedron formula.

15. (அ) $f(K_n, \lambda) = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\cdots(\lambda-n+1)$ என நிரூபி.

Prove that

$f(K_n, \lambda) = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\cdots(\lambda-n+1)$.

Or

(ஆ) $\lambda^4 - 3\lambda^3 + 3\lambda^2$ என்பது எந்த வரைவுக்கு வண்ண பல்லுறுப்பு கோவை ஆகாது என காட்டுக.

Show that $\lambda^4 - 3\lambda^3 + 3\lambda^2$ cannot be the chromatic polynomial of any graph.

PART C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

16. (அ) நிரூபி :

(i) ஒற்றைப்படி கொண்ட புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை இரட்டையாகும்.

(ii) $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$

(iii) $r(2, 2) = 2$.

Prove :

(i) Number of odd degree vertices is even.

(ii) $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$

(iii) $r(2, 2) = 2$.

Or

(ஆ) G_1 என்பது (p_1, q_1) வரைவு மற்றும் G_2 என்பது (p_2, q_2) வரைவு என்க. $G_1 \times G_2$ என்பது ஒரு $(p_1 p_2, q_1 p_2 + q_2 p_1)$ வரைவு என காட்டு.

Let G_1 be a (p_1, q_1) graph and G_2 be a (p_2, q_2) graph. Show that $G_1 \times G_2$ is a $(p_1 p_2, q_1 p_2 + q_2 p_1)$ graph.

17. (அ) குறைந்தது இரு புள்ளிகளையுடைய வரைபு G இரு கூறு வரைபாக இருந்தால் இருந்தால் மட்டுமே அதன் எல்லா சுற்றுகளும் இரட்டைப்படை நீளம் உடையதாக இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that a graph G with atleast two points is bipartite iff all it's cycles are of even length.

Or

(ஆ) G என்பது ஒரு தொடுத்த வரைபடமாக இல்லை எனில் $\overline{G}$ என்பது ஒரு தொடுத்த வரைபடம் என நிரூபி. இதன் மறுதலையை ஆராய்க.

Prove that if G is disconnected then $\overline{G}$ is connected. Examine the converse.

18. (அ) $C(G)$ -ஐ வரையறு. மேலும் $C(G)$ முழுமையாக வரையறுக்கப்பட்டது என நிரூபி.

Define $C(G)$. Also prove $C(G)$ is well defined.

Or

(ஆ) Dirac's தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Dirac's theorem.

19. (அ) (i) K_5 என்பது ஒரே தளத்திலுள்ள வரைபடம் அல்ல என நிரூபி.

(ii) எந்தவொரு தொடுத்த ஒருதள (p, q) வரைவு $p \geq 3$ மற்றும் r முகங்களும் உள்ளது எனில் $\frac{3r}{2} \leq q \leq 3p - 6$ என நிரூபி.

(i) Prove that K_5 is non-planar.

(ii) In any connected plane (p, q) graph where $p \geq 3$ with r faces, prove that $\frac{3r}{2} \leq q \leq 3p - 6$.

Or

(ஆ) G-ன் வண்ணக் குறியீட்டு எண் என்பதை வரைய

$$K_n \text{ குறியீட்டு எண் } = \begin{cases} n & \text{ஒற்றைப்படை} \\ n-1\ n & \text{இரட்டைப்படை} \end{cases}$$ எ

நிரூபி.

Define chromatic index of G. Prove th

$$\text{chromatic index of } K_n = \begin{cases} n & \text{if } n \text{ is odd} \\ n-1 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$$

20. (அ) ஐந்து வண்ண தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove five colour theorem.

Or

(ஆ) (i) ஒரு திசை வரைவின் ஜோடி படியி வரையறு.

(ii) இரண்டு திசை வரைவுகள் ஐசோமார்பிக் இருந்தால் அதன் தொடர்பு புள்ளிகளுக்கு ஒரே ஜோடி படி இருக்கும் நிரூபி.

(i) Define degree pair of a digraph.

(ii) If two digraphs are isomorphic th prove that the corresponding poi have the same degree pair.

Reg. No. : ....

Code No. : 41148 B **Sub. Code : JAMA 11/ SAMA 11**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2018.

First/Third Semester

Mathematics — Allied

ALGEBRA AND DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. $\frac{a}{r}, a, ar$ என்பன $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில், 'a'-இன் மதிப்பு ______________.

   (அ) 8 (ஆ) –8

   (இ) –2 (ஈ) 2

If the roots of the equation $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ are $\frac{a}{r}, a, ar$ then the value of 'a' is ————.

(a) 8 (b) –8

(c) –2 (d) 2

2. $f(x) = 0$ என்பது ஒரு இரண்டாம் வகை மற்றும் இருமைப்படி கொண்ட தலைகீழ் சமன்பாடு எனில் ———— என்பது $f(x)$ -இன் ஒரு காரணியாகும்.

(அ) $x + 1$ (ஆ) $x - 1$

(இ) $x^2 - 1$ (ஈ) $x^2 + 1$

If $f(x) = 0$ is a reciprocal equation of second type and even degree, then ———— is a factor of $f(x)$.

(a) $x + 1$ (b) $x - 1$

(c) $x^2 - 1$ (d) $x^2 + 1$

3. $3x^3 - 10x^2 + 9x + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 3-ஆல் பெருக்க கிடைக்கும் உருமாற்று சமன்பாடு ————.

(அ) $3x^3 - 100x^2 + 900x + 2000 = 0$

(ஆ) $27x^3 - 90x^2 + 27x + 2 = 0$

(இ) $3x^3 - 30x^2 + 81x + 54 = 0$

(ஈ) $x^3 - \frac{10}{3}x^2 + 3x + \frac{2}{3} = 0$

When the roots of the equation $3x^3 - 10x^2 + 9x + 2 = 0$ are multiplied by 3 the transformed equation is ———————.

(a) $3x^3 - 100x^2 + 900x + 2000 = 0$

(b) $27x^3 - 90x^2 + 27x + 2 = 0$

(c) $3x^3 - 30x^2 + 81x + 54 = 0$

(d) $x^3 - \frac{10}{3}x^2 + 3x + \frac{2}{3} = 0$

4. $f(x) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் எதிர்மறை மூலங்கள் ———————.

(அ) $f(-x) = 0$ -இன் நேரிடை மூலங்கள்

(ஆ) $\frac{1}{f(x)} = 0$ -இன் நேரிடை மூலங்கள்

(இ) $-f(x) = 0$ -இன் நேரிடை மூலங்கள்

(ஈ) $f(-x) = 0$ -இன் எதிர்மறை மூலங்கள்

The negative roots of $f(x) = 0$ are ———————.

(a) positive roots of $f(-x) = 0$

(b) positive roots of $\frac{1}{f(x)} = 0$

(c) positive roots of $-f(x) = 0$

(d) negative roots of $f(-x) = 0$

5. $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பியல்பு சமன்பாடு ______.

(அ) $x^2=0$ (ஆ) $x^2-1=0$

(இ) $1-x^2=0$ (ஈ) $x-1=0$

The characteristic equation of the matrix $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}$ is ______.

(a) $x^2=0$ (b) $x^2-1=0$

(c) $1-x^2=0$ (d) $x-1=0$

6. $\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\-\sin\theta & -\cos\theta\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகளின் கூடுதல் ______.

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) $2\cos\theta$ (ஈ) $\cos^2\theta$

The sum of the eigen values of $\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\-\sin\theta & -\cos\theta\end{bmatrix}$ is ______.

(a) 0 (b) 1

(c) $2\cos\theta$ (d) $\cos^2\theta$

7. $Z = ax + by$ -லிருந்து கிடைக்கும் பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாடு ————.

(அ) $Z = p^2x + q^2y$ (ஆ) $Z = p^2x - q^2y$

(இ) $Z = px + qy$ (ஈ) $Z = px - qy$

The partial differential equation from $Z = ax + by$ is ————.

(a) $Z = p^2x + q^2y$ (b) $Z = p^2x - q^2y$

(c) $Z = px + qy$ (d) $Z = px - qy$

8. $p^2 - 3p + 2 = 0$ -இன் தீர்வு ————.

(அ) $(y - 2x + c_1)(y + x + c_2) = 0$

(ஆ) $(y - 2x - c_1)(y - x - c_2) = 0$

(இ) $(y - 3x - c_1)(y + 3x - c_2) = 0$

(ஈ) $(y - 4x - c_1)(y + 4x - c_2) = 0$

The solution of $p^2 - 3p + 2 = 0$ is ————.

(a) $(y - 2x + c_1)(y + x + c_2) = 0$

(b) $(y - 2x - c_1)(y - x - c_2) = 0$

(c) $(y - 3x - c_1)(y + 3x - c_2) = 0$

(d) $(y - 4x - c_1)(y + 4x - c_2) = 0$

9. $L[e^{-t}t^3] =$ ____________.

(அ) $\frac{1!}{(s+1)^4}$ (ஆ) $\frac{2!}{(s+1)^4}$

(இ) $\frac{4!}{(s+1)^2}$ (ஈ) $\frac{3!}{(s+1)^4}$

$L[e^{-t}t^3] =$ ____________.

(a) $\frac{1!}{(s+1)^4}$ (b) $\frac{2!}{(s+1)^4}$

(c) $\frac{4!}{(s+1)^2}$ (d) $\frac{3!}{(s+1)^4}$

10. $L^{-1}\left[\frac{s}{s^2+9}\right] =$ ____________.

(அ) $\cos 9t$ (ஆ) $\sin 9t$

(இ) $\cos 3t$ (ஈ) $\sin 3t$

$L^{-1}\left[\frac{s}{s^2+9}\right] =$ ____________.

(a) $\cos 9t$ (b) $\sin 9t$

(c) $\cos 3t$ (d) $\sin 3t$

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $2x^3 - 11x^2 + 38x - 39 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $2 - 3i$ எனில் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

Solve the equation $2x^3 - 11x^2 + 38x - 39 = 0$ if one root is $2 - 3i$.

Or

(ஆ) $x^3 - 4x^2 - 3x + 18 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரு மூலங்கள் சமம் எனில், சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

Solve the equation $x^3 - 4x^2 - 3x + 18 = 0$, given that two of the roots are equal.

12. (அ) $x^4 - x^3 - 10x^2 + 4x + 24 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 2-ஆல் அதிகரிக்க கிடைக்கும் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Increase the roots of the equation $x^4 - x^3 - 10x^2 + 4x + 24 = 0$ by 2.

Or

(ஆ) $x^3 - 3x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் நிறை மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாக நியூட்டனின் முறைப்படி காண்க.

Find by Newton's method, the positive root of $x^3 - 3x + 1 = 0$.

13. (அ) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பியல்பு சமன்பாடடைக் காண்க.

Find the characteristic equation of $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

Or

(ஆ) $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் A^3 மற்றும் A^{-3} ஆகியவற்றைக் காண்க.

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, find A^3 and A^{-3}.

14. (அ) தீர்க்க : $p^2 + px^3 - 2x^2y = 0$.

Solve : $p^2 + px^3 - 2x^2y = 0$.

Or

(ஆ) $lx + my + nz = f(x^2 + y^2 + z^2)$ என்ற சமன்பாட்டி-லிருந்து சார்பு 'f'-ஐ நீக்க கிடைக்கும் பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாட்டினை அமைக்கவும்.

Form the partial differential equation by eliminating the arbitrary function 'f' from $lx + my + nz = f(x^2 + y^2 + z^2)$.

15. (அ) காண்க : $L[\cos 3t - \cos 2t]$.

Find $L[\cos 3t - \cos 2t]$.

Or

(ஆ) காண்க : $L^{-1}\left[\dfrac{s-3}{s^2+4s+13}\right]$.

Find $L^{-1}\left[\dfrac{s-3}{s^2+4s+13}\right]$.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் பெருக்கு தொடரில் இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை $r^3 p = q^3 s$ என நிரூபி.

Show that the roots of the equation $px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ are in G.P. if and only if $r^3 p = q^3 s$.

Or

(ஆ) தீர்க்கவும்: $6x^5 + 11x^4 - 33x^3 - 33x^2 + 11x + 6 = 0$.

Solve : $6x^5 + 11x^4 - 33x^3 - 33x^2 + 11x + 6 = 0$.

17. (அ) $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரண்டாவது உறுப்பை நீக்கி தீர்வு காண்க.

Solve $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ by removing the second term.

Or

(ஆ) ஹார்னர் முறையைப் பயன்படுத்தி $x^3 + 6x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மெய் மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

Using Horner's method, find the real root of the equation $x^3 + 6x - 2 = 0$ correct to two decimal places.

18. (அ) $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்பு மற்றும் ஐகன் வெக்டரைக் காண்க.

Find the eigen values and eigen vectors of $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$.

Or

(ஆ) கேலே-ஹேமில்டன் தேற்றத்தை $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு சரிபார்த்து அதன் மூலம் A^{-1}-ஐ காண்க.

Verify Cayley-Hamilton theorem for $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ and also use it to find A^{-1}.

19. (அ) தீர்க்க : $xyp^2 + (3x^2 - 2y^2)p - 6xy = 0$.

Solve : $xyp^2 + (3x^2 - 2y^2)p - 6xy = 0$.

Or

(ஆ) தீர்க்க : $(x^2 - yz)p + (y^2 - z)q = z^2 - xy$.

Solve : $(x^2 - yz)p + (y^2 - z)q = z^2 - xy$.

20. (அ) (i) $L\left[\frac{1-\cos t}{t}\right]$

(ii) $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right]$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

Find :

(i) $L\left[\frac{1-\cos t}{t}\right]$

(ii) $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right]$.

Or

(ஆ) இலாப்லாஸ் உருமாற்றத்தை பயன்படுத்தி தீர்க்கவும்:
$y'' - 4y' - 5y = te^t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Using Laplace transform solve $y'' - 4y' - 5y = te^t$, given that $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

(7 pages) **Reg. No. : ....**

Code No. : 41320 E **Sub. Code : SMMA 21**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Second Semester

Mathematics — Main

ANALYTICAL GEOMETRY OF THREE DIMENSIONS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. The condition for the lines whose direction cosines are l_1, m_1, n_1 and l_2, m_2, n_2 are perpendicular is ——————

   (a) $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$

   (b) $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$

   (c) $\frac{l_1^2}{l_2^2} = \frac{m_1^2}{m_2^2} = \frac{n_1^2}{n_2^2}$

   (d) $l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2 = 0$

2. Equation of yz plane is ————

(a) $z = 0$, $y = 0$ (b) $y = 0$

(c) $z = 0$ (d) $x = 0$

3. The coordinates of the points on the straight line $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{0}$ is

(a) $(1, -3, -3)$ (b) $(-1, 3, 3)$

(c) $(2, 3, 1)$ (d) None

4. The direction ratio of the line $\frac{3x-4}{2} = \frac{y-6}{4} = \frac{3z-2}{5}$ is

(a) $\left(\frac{2}{3}, 4, \frac{5}{3}\right)$ (b) $(2, 4, 5)$

(c) $(4, 6, 2)$ (d) $(6, 4, 5)$

5. The centre of the sphere

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$

(a) $(1, 2, 3)$ (b) $(-1, 2, -3)$

(c) $(3, 2, 1)$ (d) $(2, -4, 6)$

6. In the equation of sphere the coefficient of xy is

(a) 2 (b) 0

(c) 1 (d) –2

7. Every line meets the cone in ———————— points.

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 1

8. The degree of the quadric cylinder is ——————

(a) 1 (b) 3

(c) 2 (d) 4

9. If the plane $2x + y = 7$ touches the conicoid $3x^2 + y^2 + z^2 = 21$ then point of contact is ————————

(a) (1, 2, 3) (b) (2, 3, 0)

(c) (–2, – 3, 0) (d) (2, 3, 1)

10. The intersection of $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ is —————

(a) a parabola (b) an ellipse

(c) hyperbola (d) circle

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

11. (a) Show that the points $(10, 7, 0)$, $(6, 6, -1)$ and $(6, 9, -4)$ form an isosceles right angled triangle.

Or

(b) Find the direction cosines of the bisectors of the angle between the lines whose direction cosines are (l_1, m_1, n_1) and (l_2, m_2, n_2).

12. (a) Find the equation of the plane which passes through the point $(-1, 3, 2)$ and $\perp^{to}$ to two planes $x + 2y + 2z = 5$, $3x + 3y + 2z = 8$.

Or

(b) Find the distance of the point $(2, 1, 0)$ from the plane $2x + y + 2z - 17 = 0$.

13. (a) Find the image of the points $(1, -2, 3)$ in the plane $2x - 3y + 2z + 3 = 0$.

Or

(b) Find the condition for the line $ax + by + cz + d = 0 = a_1x + b_1y + c_1z + d_1$, $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 = a_3x + b_3y + c_3z + d_3$ to be the coplanar.

14. (a) Obtain the equation of the sphere circumscribing the tetrahedron whose faces are $x=0$, $y=0$, $z=0$, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Or

(b) Find the equation of the sphere having the circle $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+7=0$, $2x-y+2z=5$ for a great circle.

15. (a) Find the equations of the tangent planes to the cone $9x^2-4y^2+16z^2=0$ which contain the line $\frac{x}{32}=\frac{y}{72}=\frac{z}{72}$.

Or

(b) Show that the equation of a right circular cone whose vertex is O, axis OZ and semivertical angle α is $x^2+y^2=z^2\tan^2\alpha$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Show that the three lines which join the mid points of the opposite edges of a tetrahedron pass through the same point and are bisected at that point.

Or

(b) If the direction cosines of the two lines satisfy the equations $l + m + n = 0$, $2l_m + 2l_n - mn = 0$ then find the angle between the lines.

17. (a) Find the equation of the plane passing through the points $(2, 5, -3)$, $(-2, -3, 5)$ and $(5, 3, -3)$.

Or

(b) Prove that the reflection of the plane $ax + by + cz + d = 0$ in the plane $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ is the plane $(aa_1 + bb_1 + cc_1)(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) =$ $(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)(ax + by + cz + d)$.

18. (a) Find the condition for the straight lines $\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n}$ to meet the surface $ax^2 + by^2 + cz^2 + 1$ in two coincident points.

Or

(b) Find the shortest distance between the lines $\frac{x-3}{-3} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-8}{-1}$, $\frac{x+3}{3} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-6}{-4}$.

19. (a) Find the equation of the sphere which passes through the circle $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$, $x + 2y + 3z = 8$ and touches the plane $4x + 3y = 25$.

Or

(b) Find the condition that the lines $\frac{x-a}{l} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n}$ where $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ should touch the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$. Show that there are two spheres through the points $(0, 0, 0)$, $(2a, 0, 0)$, $(0, 2b, 0)$ which touch the above line and that the distance between their centre is $\frac{2}{n^2}\left[c^2 - (a^2 + b^2 + c^2)n^2\right]^{1/2}$.

20. (a) Find the condition for the equation $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ to represent a right circular cone. Obtain the equation of the axis and the vertical angle of the cone.

Or

(b) Obtain the condition for the plane $lx + my + nz = 0$ to touch the quadric cone $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$.

Reg. No. : ....

Code No. : 41319 B **Sub. Code : SMMA 11**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

First Semester

Mathematics – Main

CALCULUS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $x = \frac{\pi}{2}$ என்ற புள்ளியில் $y = 4\sin x$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம் ————.

   (அ) $\sqrt{2}$ (ஆ) 2

   (இ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ஈ) $2\sqrt{2}$

The radius of curvature of the curve $y = 4\sin x$ at the point $x = \frac{\pi}{2}$ is ————.

(a) $\sqrt{2}$ (b) 2

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $2\sqrt{2}$

2. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் r எனில் அதன் வளைவு ஆரம் ————.

(அ) r (ஆ) $\frac{1}{r}$

(இ) r^2 (ஈ) $\frac{1}{r^2}$

If the radius of a circle is r, then its radius of curvature is ————.

(a) r (b) $\frac{1}{r}$

(c) r^2 (d) $\frac{1}{r^2}$

3. $x = a(\theta - \sin\theta)$ மற்றும் $y = a(1 - \cos\theta)$ என்ற வட்ட வடிவில் செங்கோட்டுத் தழுவி ————.

(அ) ஒரு வட்டம்

(ஆ) ஒரு நேர்கோடு

(இ) மற்றொரு வட்ட வடிவு

(ஈ) சங்கிலியம்

The evolute of the Cycloid $x = a(\theta - \sin\theta)$ and $y = a(1 - \cos\theta)$ is ————.

(a) a circle (b) a straight line

(c) another cycloid (d) catenary

4. $r\theta = a$ என்ற வரையின் தொலை தொடுகோடு ————.

(அ) $r\sin\theta = a$ (ஆ) $r\sin\theta = -a$

(இ) $r\cos\theta = a$ (ஈ) $r\sin\theta = \frac{1}{a}$

The asymptote of the curve $r\theta = a$ is ————.

(a) $r\sin\theta = a$ (b) $r\sin\theta = -a$

(c) $r\cos\theta = a$ (d) $r\sin\theta = \frac{1}{a}$

5. ஒரு புள்ளியானது கணுப்புள்ளி எனில் $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}\right)^2$ ———— $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

(அ) $<$ (ஆ) $>$

(இ) $=$ (ஈ) $\neq$

A point is a node if $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2$ ———— $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

(a) $<$ (b) $>$

(c) $=$ (d) $\neq$

6. $y^2(1+x) = x^2(1-x)$ என்ற வளைவரை ———— ஐ பொறுத்து சமச்சீரானது

(அ) x – அச்சு (ஆ) y – அச்சு

(இ) இரு அச்சுகளிலும் (ஈ) $y = x$

The curve $y^2(1+x) = x^2(1-x)$ is symmetrical about ————.

(a) x – axis (b) y – axis

(c) both the axis (d) $y = x$

7. $\int_0^a \int_0^b \int_0^c dx\, dy\, dz$ –ன் மதிப்பு ————.

(அ) abc (ஆ) $\frac{1}{abc}$

(இ) $\frac{abc}{2}$ (ஈ) $2\,abc$

The value of $\int_0^a\int_0^b\int_0^c dx\,dy\,dz =$ ______________.

(a) abc (b) $\frac{1}{abc}$

(c) $\frac{abc}{2}$ (d) $2\,abc$

8. $x + y = u,\ \ y = uv$ எனில் $J\left(\frac{u,v}{x,y}\right) =$ ______________.

(அ) v (ஆ) u

(இ) $\frac{1}{u}$ (ஈ) $\frac{1}{v}$

If $x + y = u,\ \ y = uv$, then $J\left(\frac{u,v}{x,y}\right) =$ ______________.

(a) v (b) u

(c) $\frac{1}{u}$ (d) $\frac{1}{v}$

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x.\cos^5 x\,dx$ –ன் மதிப்பு

(அ) $\frac{8}{693}$ (ஆ) $\frac{3\pi}{693}$

(இ) $\frac{3\pi}{512}$ (ஈ) $\frac{\pi}{693}$

The value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x . \cos^5 x \, dx =$ ____________.

(a) $\frac{8}{693}$ (b) $\frac{3\pi}{693}$

(c) $\frac{3\pi}{512}$ (d) $\frac{\pi}{693}$

10. $\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)$–ன் மதிப்பு ____________.

(அ) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{p-1}}\Gamma(p)$ (ஆ) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{p+1}}\Gamma(p)$

(இ) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{p}}\Gamma(p)$ (ஈ) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{p+1}}\Gamma(p+1)$

The value of $\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)$ ____________.

(a) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{p-1}}\Gamma(p)$ (b) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{p+1}}\Gamma(p)$

(c) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{p}}\Gamma(p)$ (d) $\frac{\sqrt{\pi}}{2^{p+1}}\Gamma(p+1)$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) (1, 1) என்ற புள்ளியில் $x^4 + y^4 = 2$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம் காண்க.

Find the radius of curvature of the curve $x^4 + y^4 = 2$ at the point (1, 1).

Or

(ஆ) $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ என்ற வளைவரைக்கு ஏதாவதொரு புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க. a மற்றும் α – மாறிலிகள் என்க.

Find the radius of curvature at any point on the curve $r = ae^{\theta \cot \alpha}$, where a and α are constants.

12. (அ) $r = \frac{a}{2}(1 - \cos\theta)$ என்ற வளைவரையின் $p - r$ சமன்பாட்டை காண்க.

Find the $p - r$ equation of the curve $r = \frac{a}{2}(1 - \cos\theta)$.

Or

(ஆ) $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$ என்ற வளைவரையின் தொலை தொடு கோடுகளை காண்க.

Find the asymptotes of

$y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$.

13. (அ) $(x+y)^3 = \sqrt{2}(y-x+2)^2$ என்ற வளைவரையின் தனித்த புள்ளிகளுக்கான இயல்பை காண்க.

Find the nature of the singular points on the curve, $(x+y)^3 = \sqrt{2}(y-x+2)^2$.

Or

(ஆ) $x^4 - 2x^2y - xy^2 - 2x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y + 1 = 0$ என்ற வளைவரையில் (0, 1) என்ற புள்ளியில் இரண்டாவது வகையான ஒற்றை முகடு இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Show that, $x^4 - 2x^2y - xy^2 - 2x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y + 1 = 0$ has a single cusp of the second kind at (0, 1).

14. (அ) $x \geq 0,\ y \geq 0$ மற்றும் $x + y \leq 1$ என்ற பகுதியை கொண்ட $\iint (x^2 + y^2)\,dx\,dy$ –யை மதிப்பிடுக.

Evaluate $\iint (x^2 + y^2)\,dx\,dy$ over the region $x \geq 0,\ y \geq 0$ and $x + y \leq 1$.

Or

(ஆ) $\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} \frac{dz\,dy\,dx}{(x+y+z+1)^3}$ –ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} \frac{dz\,dy\,dx}{(x+y+z+1)^3}$.

15. (அ) $\Gamma(n+1) = n!$ என நிறுவுக.

Prove that $\Gamma(n+1) = n!$.

Or

(ஆ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan\theta}\, d\theta$ –ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan\theta}\, d\theta$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) (2, 1) என்ற புள்ளியில் $xy = 2$ என்ற வளைவரையின் அச்சுப் புள்ளிகளின் வளைவு மையத்தை காண்க.

Find the co-ordinates of the centre of curvature of the curve $xy = 2$ at the point (2, 1).

Or

(ஆ) $x = y = \dfrac{3a}{2}$ என்ற புள்ளியில் $x^3 + y^3 = 3axy$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரத்தை காண்க.

Find the radius of curvature of the curve $x^3 + y^3 = 3axy$ at the point $x = y = \dfrac{3a}{2}$.

17. (அ) $x = a\cos^3\theta$; $y = a\sin^3\theta$ என்ற வளைவரையின் செங்கோட்டு தழுவியை காண்.

Find the evaluate of the curve $x = a\cos^3\theta$; $y = a\sin^3\theta$.

Or

(ஆ) $x^3 + 2x^2y - 4xy^2 - 8y^3 - 4x + 8y = 1$ என்ற வளைவரையின் தொலை தொடுகோடுகளை காண்க.

Find the asymptotes of

$x^3 + 2x^2y - 4xy^2 - 8y^3 - 4x + 8y = 1$.

18. (அ) $x^4 - 2x^2y - xy^2 - 2x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y + 1 = 0$ என்ற வளைவரையில் $(0,-1)$ என்ற புள்ளியில் இரண்டாம் வகையான ஒற்றை முகடு இருக்கும் எனக் காட்டு.

Show that, $x^4 - 2x^2y - xy^2 - 2x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y + 1 = 0$ has a single cusp of the second kind at $(0, -1)$.

Or

(ஆ) $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வளைவரை வரைக.

Trace the curve whose equation is $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$.

19. (அ) $x^2 + y^2 = a^2$ என்ற அரை வட்டத்தின் மிகை எண் பகுதி வழியாக $\iint (a^2 - x^2)\,dx\,dy$ என்ற தொகையிடலை மதிப்பிடுக.

Evaluate $\iint (a^2 - x^2)\,dx\,dy$ taken over the half of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ in the positive quadrant.

Or

(ஆ) $\dfrac{\partial(u, v w)}{\partial(x, y, z)} \cdot \dfrac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \lambda)} = \dfrac{\partial(u, v w)}{\partial(\xi, \eta, \gamma)}$ என நிறுவுக.

Prove that, $\dfrac{\partial(u, v w)}{\partial(x, y, z)} \cdot \dfrac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \lambda)} = \dfrac{\partial(u, v w)}{\partial(\xi, \eta, \gamma)}$.

20. (அ) $\dfrac{\beta(p, q+1)}{q} = \dfrac{\beta(p+1, q)}{p} = \dfrac{\beta(p,q)}{p+q}$ என நிறுவுக.

Prove that, $\dfrac{\beta(p, q+1)}{q} = \dfrac{\beta(p+1, q)}{p} = \dfrac{\beta(p,q)}{p+q}$.

Or

(ஆ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{1}{\sqrt{\sin\theta}} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin\theta}\, d\theta = \pi$ என நிறுவுக.

Prove that, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{1}{\sqrt{\sin\theta}} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin\theta}\, d\theta = \pi$.

Reg. No. : ....

Code No. : 41141 B **Sub. Code : JMMA 12/ JMMC 12/SMMA 12**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2018.

First Semester

Mathematics/Mathematics with Computer Application — Main

CLASSICAL ALGEBRA

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மெய் மூலம் ————————.

(அ) -2 (ஆ) $\frac{1}{2}$

(இ) $-\frac{1}{2}$ (ஈ) 2

One real root of the equation $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ is ——————.

(a) -2 (b) $\frac{1}{2}$

(c) $-\frac{1}{2}$ (d) 2

2. $x^3 - 4x^2 + 4x - 16 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரு மூலங்கள் $2i$ மற்றும் $-2i$ எனில் அதன் மற்றுமொரு மூலம் ——————.

(அ) $1+i$ (ஆ) $1-i$

(இ) $2-i$ (ஈ) 4

If the equation $x^3 - 4x^2 + 4x - 16 = 0$ has two roots $2i$ and $-2i$ then, the other root is ——————.

(a) $1+i$ (b) $1-i$

(c) $2-i$ (d) 4

3. $x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + d = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் கூடுதல் ——————.

(அ) $\frac{-b}{a}$ (ஆ) $\frac{b}{a}$

(இ) a (ஈ) $-a$

The sum of the roots of the equation $x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + d = 0$ is ————————.

(a) $\frac{-b}{a}$ (b) $\frac{b}{a}$

(c) a (d) $-a$

4. $x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 2x - 1 = 0$ -ன் ஒரு மூலம் a எனில் ————————.

(அ) $-a$ -ம் ஒரு மூலம்

(ஆ) $\frac{1}{a}$ -ம் ஒரு மூலம்

(இ) 1-ம் ஒரு மூலம்

(ஈ) மேற்கூறிய ஏதுமில்லை

If a is a root of $x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 2x - 1 = 0$ then ————————.

(a) $-a$ is also a root (b) $\frac{1}{a}$ is also a root

(c) 1 is also a root (d) none of the above

5. $3x^3 - 10x^2 + 9x + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 3-ஆல் பெருக்கும் போது கிடைக்கும் உருமாறிய சமன்பாடானது ————————.

(அ) $3x^3 - 100x^2 + 900x + 2000 = 0$

(ஆ) $27x^3 - 90x^2 + 27x + 2 = 0$

(இ) $3x^3 - 30x^2 + 81x + 54 = 0$

(ஈ) $9x^3 - 30x^2 + 27x + 6 = 0$

When the roots of the equation $3x^3 - 10x^2 + 9x + 2 = 0$ are multiplied by 3, the transformed equation is ————————

(a) $3x^3 - 100x^2 + 900x + 2000 = 0$

(b) $27x^3 - 90x^2 + 27x + 2 = 0$

(c) $3x^3 - 30x^2 + 81x + 54 = 0$

(d) $9x^3 - 30x^2 + 27x + 6 = 0$

6. $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரண்டாம் உறுப்பை நீக்க, அதன் மூலங்கள் ———————— ஆல் குறைக்கப்பட வேண்டும்.

(அ) 1 (ஆ) 2

(இ) 3 (ஈ) –1

To remove the second term of $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ the roots are to be diminished by

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) –1

7. $x^3 - 6x - 13 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மெய் மூலம் ———————— இடையே இருக்கும்.

(அ) 0 மற்றும் 1 (ஆ) 1 மற்றும் 2

(இ) 3 மற்றும் 4 (ஈ) –1 மற்றும் 0

One real root of $x^3 - 6x - 13 = 0$ lies between ________.

(a) 0 and 1 (b) 1 and 2

(c) 3 and 4 (d) –1 and 0

8. $f(x)$ என்பது n படி கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவை எனில், $f'(x) = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ________ இருக்கும்.

(அ) n மூலங்கள் (ஆ) $n-1$ மூலங்கள்

(இ) $n+1$ மூலங்கள் (ஈ) $n-2$ மூலங்கள்

If $f(x)$ is a polynomial of degree n then the equation $f'(x) = 0$ has ________.

(a) n roots (b) $n-1$ roots

(c) $n+1$ roots (d) $n-2$ roots

9. நான்குபடி சமன்பாட்டினை தீர்க்கும் ஒரு முறையானது ________.

(அ) கார்டன் முறை (ஆ) நியூட்டன் முறை

(இ) பெராரி முறை (ஈ) லெக்ராஞ்சி முறை

One method of solving a biquadratic equation is ________.

(a) Cardon's method (b) Newton's method

(c) Ferrarils method (d) Lagrange's method

10. $a_0x^3 + 3a_1x^2 + 3a_2x + a_3 = 0$ என்ற முப்படி சமன்பாட்டின் கார்டனின் நிலையான வடிவானது

(அ) $z^3 + 3Hz + G = 0$

(ஆ) $z^3 + Hz + G = 0$

(இ) $a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0$

(ஈ) $z^3 + 3Hz^2 + G = 0$

Cardon's standard form of the cubic equation $a_0x^3 + 3a_1x^2 + 3a_2x + a_3 = 0$ is ——————.

(a) $z^3 + 3Hz + G = 0$

(b) $z^3 + Hz + G = 0$

(c) $a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0$

(d) $z^3 + 3Hz^2 + G = 0$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) $2x^3 - 11x^2 + 38x - 39 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $2 - 3i$ எனில் இச்சமன்பாட்டை தீர்க்க.

If one root of the equation $2x^3 - 11x^2 + 38x - 39 = 0$ is $2 - 3i$, solve the equation.

Or

(ஆ) $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + 5 = 0$-ன் இரு மூலங்களின் பெருக்குத் தொகை அதன் மற்ற இரு மூலங்களின் பெருக்குத் தொகைக்கு சமமாக இருக்கும் மேலும், $r^2 = p^2s$ எனக் காட்டுக.

If the product of two roots of $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + 5 = 0$ is equal to the product of the other two. Show that, $r^2 = p^2s$.

12. (அ) $x^7 - x^4 + 1 = 0$-ன் மூலங்களின் 6-ம் அடுக்கின் கூடுதல் 3 என காட்டுக.

Show that the sum of the 6th powers of the roots of $x^7 - x^4 + 1 = 0$ is z.

Or

(ஆ) $4(x^2 - x + 1)^3 = 27x^2(x-1)^2$ என்பது ஒரு நிலையான தலைகீழ் சமன்பாடு என காட்டு.

Show that $4(x^2 - x + 1)^3 = 27x^2(x-1)^2$ is a standard reciprocal equation.

13. (அ) $x^3 + x^2 + x - 100 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 4-ஆல் குறை.

Diminish the roots of the equation $x^3 + x^2 + x - 100 = 0$ by 4.

Or

(ஆ) $4x^3 - 21x^2 + 18x + 20 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் இயல்பை காண்க.

Find the nature of the roots of the equation $4x^3 - 21x^2 + 18x + 20 = 0$.

14. (அ) $4x^3 - 12x^2 - 15x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு இரட்டை மூலம் எனில் அதனை தீர்க்க.

Solve $4x^3 - 12x^2 - 15x - 4 = 0$ given that it has a double root.

Or

(ஆ) $x^4 - 3x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் 1 மற்றும் 2 க்கு இடையே உள்ளது எனில் அதனை இரு தசம புள்ளிகளில் காண்க.

Find correct to 2 places of decimals the root of the equation $x^4 - 3x + 1 = 0$ that lies between 1 and 2.

15. (அ) $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$ -ஐ பெராரி முறையில் தீர்க்க.

Solve $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$ using Ferrari's method.

Or

(ஆ) $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$ -ஐ தீர்க்க.

Solve $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) $x^5 - x^4 + 8x^2 - 9x - 15 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரு மூலங்கள் $\sqrt{3}$ மற்றும் $1-2i$ எனில் இச்சமன்பாட்டை தீர்க்க.

Solve the equation

$x^5 - x^4 + 8x^2 - 9x - 15 = 0$ if $\sqrt{3}$ and $1-2i$ are two of its roots.

Or

(ஆ) $px^3 + qx^2 + rx + s = 0$-ன் மூலங்கள் கூட்டுத் தொடரில் இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை $2q^3 + 27p^3s = 9pqr$ என்பதை காண்க.

Show that the roots of the equation $px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ are in arithmetic progression iff $2q^3 + 27p^3s = 9pqr$.

17. (அ) $x^4 - x^3 - 19x^2 + 49x - 30 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு (i) $\sum\alpha^2$ மற்றும் (ii) $\sum\alpha^{-2}$-ஐ கண்டுபிடி.

Find (i) $\sum\alpha^2$ (ii) $\sum\alpha^{-2}$ for the equation $x^4 - x^3 - 19x^2 + 49x - 30 = 0$.

Or

(ஆ) $6x^6 - 5x^5 - 44x^4 + 44x^2 + 5x - 6 = 0$ -ஐ தீர்க்க.

Solve $6x^6 - 5x^5 - 44x^4 + 44x^2 + 5x - 6 = 0$.

18. (அ) $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ -ஐ இரண்டாம் உறுப்பை நீக்குவதன் மூலமாக தீர்க்க.

Solve $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ by removing the second term.

Or

(ஆ) $x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 10 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் இயல்பை காண்க.

Find the nature of the roots of $x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 10 = 0$.

19. (அ) $x^6 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ என்ற மெய் மூலங்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் நிலையை காண்க.

Find the number and position of the real root of $x^6 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$.

Or

(ஆ) $x^3 - 2x^2 - 3x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகை மூலங்களை மூன்று தசம புள்ளிகளாக திருத்தி காண்க.

Find the positive root of the equation $x^3 - 2x^2 - 3x - 4 = 0$ correct to three places of decimals.

20. (அ) $x^3 - 3x + 1 = 0$ -ஐ கார்டனின் முறையில் தீர்க்க.

Solve by Cardan's method $x^3 - 3x + 1 = 0$.

Or

(ஆ) $4x^4 + 8x^3 + 12x^2 + 4x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை பெராரி முறையில் தீர்க்க.

Solve $4x^4 + 8x^3 + 12x^2 + 4x + 5 = 0$ using Ferrari's method.

Reg. No. : ....

Code No. : 41143 B **Sub. Code : JMMA 22/ JMMC 22/ SMMA 22**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2018.

Second Semester

Mathematics / Mathematics with CA

DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $y = 2px + p^3y^2$ என்ற சமன்பாட்டில் வரிசை மற்றும் படி முறையே

(அ) 1, 2 (ஆ) 2, 1

(இ) 1, 3 (ஈ) 3, 1

The order and degree of the equation $y = 2px + p^3y^2$ are

(a) 1, 2 (b) 2, 1

(c) 1, 3 (d) 3, 1

2. $px + y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $xy = c$ (ஆ) $x + y = c$

(இ) $x - y = c$ (ஈ) $x^2 y = c$

The solution of the equation $px + y = 0$ is

(a) $xy = c$ (b) $x + y = c$

(c) $x - y = c$ (d) $x^2 y = c$

3. $y'' - 3y' + 2y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு

(அ) $y = x$ (ஆ) $y = e^{2x}$

(இ) $y = e^{-2x}$ (ஈ) $y = \sin x$

One solution of the equation $y'' - 3y' + 2y = 0$ is

(a) $y = x$ (b) $y = e^{2x}$

(c) $y = e^{-2x}$ (d) $y = \sin x$

4. $(D^2 - aD)y = e^{ax}$ -ன் தனித்தீர்வு

(அ) 0 (ஆ) xe^{ax}

(இ) $\frac{xe^{ax}}{a}$ (ஈ) axe^{ax}

The particular integral of $(D^2 - aD)y = e^{ax}$ is

(a) 0 (b) xe^{ax}

(c) $\frac{xe^{ax}}{a}$ (d) axe^{ax}

5. $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $y = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2}$ (ஆ) $y = A\log x + B$

(இ) $y = A + \frac{B}{x}$ (ஈ) $y = Ae^x + Be^{2x}$

The solution of the equation $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ is

(a) $y = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2}$

(b) $y = A\log x + B$

(c) $y = A + \frac{B}{x}$

(d) $y = Ae^x + Be^{2x}$

6. $\theta = x\frac{d}{dx}$ எனில் $\theta^2 x^m$ = ______.

(அ) mx^{m-1} (ஆ) mx^m

(இ) m^2x^m (ஈ) m^2x^{m-1}

If $\theta = x\frac{d}{dx}$ then $\theta^2 x^m$ = ______.

(a) mx^{m-1} (b) mx^m

(c) m^2x^m (d) m^2x^{m-1}

7. நீக்கப்பட வேண்டிய மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை சாரா மாறிகளின் எண்ணிக்கையைவிட அதிகம் எனில் ―――――――――― சமன்பாடு கிடைக்கும்.

(அ) முதலாம் வரிசை

(ஆ) இரண்டாம் வரிசை

(இ) இரண்டாம் வரிசைக்கு மேல்

(ஈ) இவை ஏதுமில்லை

If the number of constants to be eliminated is greater than the number of independent variables then we get equations of ――――――――.

(a) First order

(b) Second order

(c) More than second order

(d) None of these

8. ―――――――― என்பது $\phi(x, y, z, a, f(a)) = 0$; $\dfrac{\partial \phi}{\partial a} = 0$ ஆகியவற்றிலிருந்து 'a' -ஐ நீக்கக் கிடைப்பது.

(அ) சிறப்புத் தொகை

(ஆ) சிதைந்த தொகை

(இ) பொதுத் தொகை

(ஈ) முழுமையான தொகை

The ——————————— is obtained by eliminating 'a' between $\phi(x, y, z, a, f(a)) = 0$; $\frac{\partial \phi}{\partial a} = 0$.

(a) particular integral
(b) singular integral
(c) general integral
(d) complete integral

9. கிர்காஃப்பின் விதி படி $E - E_R - E_L - E_C$ = ———————————.

(அ) 1 (ஆ) 2
(இ) −1 (ஈ) 0

According to Kirchhoff's law, $E - E_R - E_L - E_C$ = ———————————.

(a) 1 (b) 2
(c) −1 (d) 0

10. I -ன் நிலையான பகுதி.

(அ) $\frac{E_0}{R}$ (ஆ) $\frac{R}{E_0}$
(இ) $\frac{E}{R_0}$ (ஈ) RE_0

Steady state part of I is

(a) $\frac{E_0}{R}$ (b) $\frac{R}{E_0}$
(c) $\frac{E}{R_0}$ (d) RE_0

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) தீர் : $xp^2 - 2yp + x = 0$.

Solve : $xp^2 - 2yp + x = 0$.

Or

(ஆ) தீர் : $p^2 + 2yp\cot x = y^2$.

Solve : $p^2 + 2yp\cot x = y^2$.

12. (அ) $\frac{1}{D-\alpha}e^{\alpha x} = x\,e^{\alpha x}$ என நிரூபி.

Prove that $\frac{1}{D-\alpha}e^{\alpha x} = x\,e^{\alpha x}$.

Or

(ஆ) தீர் : $\left(D^2 + 16\right)y = e^{-3x} + \cos 4x$.

Solve : $\left(D^2 + 16\right)y = e^{-3x} + \cos 4x$.

13. (அ) $\theta = x\dfrac{d}{dx}$ எனில் $\dfrac{1}{\theta-\alpha}X = x^{\alpha}\int x^{-\alpha-1}X \cdot dx$ என நிரூபி.

If $\theta = x\dfrac{d}{dx}$, then prove that

$$\frac{1}{\theta-\alpha}X = x^{\alpha}\int x^{-\alpha-1}X \cdot dx .$$

Or

(ஆ) தீர் : $x^3\dfrac{d^3y}{dx^3} + 3x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} + x\dfrac{dy}{dx} + y = x + \log x$.

Solve : $x^3\dfrac{d^3y}{dx^3} + 3x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} + x\dfrac{dy}{dx} + y = x + \log x$.

14. (அ) $z = f(x+y) + \phi(x-y)$ -லிருந்து f மற்றும் ϕ -ஐ நீக்குக.

Eliminate f and ϕ from $z = f(x+y) + \phi(x-y)$.

Or

(ஆ) தீர் : $\sqrt{p} + \sqrt{q} = 1$.

Solve : $\sqrt{p} + \sqrt{q} = 1$.

15. (அ) இரண்டாம் நிலை வினையில் $x = \dfrac{kA^2abt}{1+kAabt}$ என நிரூபி.

In the second order reaction, prove that $x = \dfrac{kA^2abt}{1+kAabt}$.

Or

(ஆ) வளர்ச்சி மற்றும் வீழ்ச்சி நிலை சிக்கல்கள் பற்றி விவரி.

Explain growth and decay problems.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) தீர் : (i) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dy}{dt} - x + \sin t = 0$

(ii) $\dfrac{d^2y}{dt^2} - 2\dfrac{dx}{dt} - y + \cos t = 0$.

Solve : (i) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dy}{dt} - x + \sin t = 0$

(ii) $\dfrac{d^2y}{dt^2} - 2\dfrac{dx}{dt} - y + \cos t = 0$.

Or

(ஆ) தீர் : (i) $x^2p^2 + xyp - 6y^2 = 0$

(ii) $x^2(y - px) = p^2y$.

Solve : (i) $x^2p^2 + xyp - 6y^2 = 0$

(ii) $x^2(y - px) = p^2y$.

17. (அ) தீர் : $(D^2 - 4D + 3)y = \sin 3x\ co2x$.

Solve : $(D^2 - 4D + 3)y = \sin 3x\ co2x$.

Or

(ஆ) தீர் : $(D^4 - 2D^3 - 3D^2 + 4D + 4)\,y = x^2e^x$.

Solve : $(D^4 - 2D^3 - 3D^2 + 4D + 4)y = x^2e^x$

18. (அ) தீர் : $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3x\dfrac{dy}{dx} + 4y = x^2 \log x$.

Solve : $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3x\dfrac{dy}{dx} + 4y = x^2 \log x$.

Or

(ஆ) தீர் : $(x + a)^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4(x + a)\dfrac{dy}{dx} + 6y = x^5$.

Solve : $(x + a)^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4(x + a)\dfrac{dy}{dx} + 6y = x^5$.

19. (அ) தீர் : $x(y^2+z)p+y(x^2+z)q=z(x^2-y^2)$.

Solve : $x(y^2+z)p+y(x^2+z)q=z(x^2-y^2)$.

Or

(ஆ) தீர் : (i) $p(1+q^2)=q(z-1)$

(ii) $(1-x)p+(2-y)q=3-z$.

Solve : (i) $p(1+q^2)=q(z-1)$

(ii) $(1-x)p+(2-y)q=3-z$.

20. (அ) 500 லிட்டர் கலவை கொண்ட தொட்டி ஒன்றில் 250 கிராம் உப்பு உள்ளது. நிமிடத்திற்கு 15 லிட்டர் நல்ல தண்ணீர் அதனுள் பாய்கிறது. மேலும் அதே அளவு கலவை வெளியேறுகிறது. 3 மணி நேரத்திற்கு பிற எவ்வளவு உப்பு இருக்கும்?

A tank contains 500 liters of brine having 250 grams of salt in solution. Pure water is running into the tank at the rate of 15 liters per minute and the mixture runs out at the same rate. How much salt is in the tank at the end of 3 hours?

Or

(ஆ) Brachistochrone கணக்கினைக் கூறித் தீர்.

State the solve the Brachistochrone problem.

(6 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 41144 E **Sub. Code : JMMA 31/ JMMC 31/SMMA 31**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2018.

Third Semester

Mathematics/Mathematics with Computer Application

REAL ANALYSIS – I

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Every non empty set of real numbers which is bounded above has a ————.

   (a) infimum (b) supremum

   (c) prime number (d) rational number

2. $|x| = x$ if

   (a) $x > 0$ (b) $x < 0$

   (c) $x \geq 0$ (d) $x \leq 0$

3. The limit of the sequence $\left(\frac{1}{n}\right)$ is

(a) 1 (b) n

(c) 0 (d) 2

4. A monotonic increasing sequence which is bounded above converges to

(a) $l.u.b.$ (b) $g.l.b$

(c) $-\infty$ (d) ∞

5. If $a_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots + \frac{1}{n!}$ then the value of $\lim_{n\to\infty} a_n$ is

(a) 0 (b) 1

(c) e (d) ∞

6. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots. + \frac{1}{n}\right) =$ ————————.

(a) 0 (b) e

(c) 1 (d) ∞

7. The series $1 + r + r^2 + \ldots + r^n + \ldots.$ converges if

(a) $r > 1$ (b) $0 \le r < 1$

(c) $r = 1$ (d) $r < -1$

8. If $a_n = \frac{n!}{n^n}$ then $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n + 1}{a_n} =$ ————.

(a) 1 (b) e

(c) 0 (d) $\frac{1}{e}$

9. If Σa_n converges, then $\Sigma \frac{a_n}{n}$

(a) convergent (b) divergent

(c) oscillatory (d) none

10. Radius of convergence of expoential series in

(a) 0 (b) 1

(c) n (d) ∞

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 250 words.

11. (a) State and prove unique factorization theorem.

Or

(b) State and prove Cauchy-Schwarz in equality.

12. (a) Show that $\lim\limits_{n\to\infty} a^{1/n=1}$ where $a > 0$ is a real number.

Or

(b) Prove : $(a_n) \to \infty, a_n \neq 0 \,\forall n \in N \Rightarrow \left(\frac{1}{a_n}\right) \to 0$.

Show that the converse of this theorem is not true.

13. (a) Prove that every sequence (a_n) has a monotonic subsequence.

Or

(b) Prove that

$$\left(\frac{1}{n}[(n+1)(n+2)....(n+n)]^{1/n}\right) \to 4/e$$

14. (a) Show that $\sum \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}$.

Or

(b) Discuss the convergence of the series $\sum \frac{1^2 + 2^2 + ... + n}{n^4 + 1}$.

15. (a) Show that the series $\frac{1}{2^3} - \frac{1}{3^3}(1+2) + \frac{1}{4^3}$ $(1+2+3) - \frac{1}{5^3}(1+2+3+4) + \ldots$.

Or

(b) State and prove Abel's test.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 600 words.

16. (a) State and prove triangle in equalities.

Or

(b) If $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$, then prove that e is an irrational number.

17. (a) Prove

(i) $(a_n) \to a, (b_n) \to b \Rightarrow (a_n b_n) \to ab$

(ii) $(a_n) \to a, a_n \geq 0 \forall n, a \neq 0 \neq \left(\sqrt{a_n}\right) \to a$

Or

(b) Prove

(i) $(a_n) \to a, (b_n) \to b \Rightarrow (a_n + b_n) \to a + b$

(ii) $(a_n) \to a, (b_n) \to b, b_n \neq 0 \forall n, b \neq 0 \Rightarrow$ $\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \to \frac{a}{b}$.

18. (a) State and prove Cauchy's first limit theorem.

Or

(b) Discuss the convergence of the geometric sequence (r^n).

19. (a) Discuss the convergence of $\Sigma \frac{1}{n^p}$.

Or

(b) Test the convergence of

$$\frac{1}{3}x + \frac{1.2}{3.5}x^2 + \frac{1.2.3}{3.5.7}x^3 + \ldots$$

20. (a) State and prove Leibnitz's test.

Or

(b) Find Maclaurin series for $\sin x$ and also find its radius of convergence.

(6 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9129 Sub. Code : PMAM 33

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Third Semester

Mathematics

ADVANCED ALGEBRA – I

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If $\dim_F V = m$, then $\dim_F H_{om}\,(V, F) =$ ____________

(a) m (b) m^2

(c) 1 (d) 0

2. $\| v \| =$ ____________

(a) (v, v) (b) $\sqrt{(v,v)}$

(c) $(v, v)^2$ (d) $\sum (v, v)$

3. An element in $A(V)$ which is not regular is called ____________

(a) irregular (b) invertible

(c) singular (d) non singular

4. $\lambda \in F$ is called a characteristics root of T if ____________

(a) $\lambda + T$ is singular

(b) $\lambda - T$ is regular

(c) λT is regular

(d) $\lambda - T$ is singular

5. The relation of similarity is ____________ in $A(V)$.

(a) reflexive (b) symmetric

(c) transitive (d) all the above

6. If M, of dimension m, is cyclic with respect to T, then for all $k \leq m$, the dimension of MT^k is ____________

(a) mk (b) $m+k$

(c) $m-k$ (d) $\frac{m}{k}$

7. If A is invertible, then $tr\left(A \subset A^{-1}\right) =$ ——————

(a) $tr(A)$ (b) $tr(C)$

(c) 0 (d) $tr(AC)$

8. If λ is a scalar matrix, then $\lambda^* =$

(a) $\overline{\lambda}$ (b) λ

(c) 0 (d) $-\lambda$

9. If $T \in A(V)$ is Hermitian, then all its characteristic roots are ——————

(a) integers (b) purely imaginary

(c) real (d) complex numbers

10. If N is normal and if $vN^k = 0$, then ——————

(a) $v = 0$ (b) $N = 0$

(c) $vN = 0$ (d) $k = 0$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that $A\ (A\ (w)) = w$.

Or

(b) If V is a finite dimensional inner product space and if W is a subspace of V, then prove: (i) V is the direct sum of W and $W^{\perp}$ (ii) $\left(W^{\perp}\right)^{\perp} = W$.

12. (a) If V is finite dimensional over F, then show that $T \in A(V)$ is invertible if and only if the constant term of the minimal polynomial for T is not 0.

Or

(b) If $\lambda \in F$ is a characteristics root of $T \in A(V)$, then prove that for any polynomial $q(x) \in F[x]$, $q(\lambda)$ is a characteristic root of $q(T)$.

13. (a) If $T \in A(V)$ is nilpotent, then show that $\alpha_0 + \alpha_1 T + ... + \alpha_m T^m$, where $\alpha_i \in F$, is invertible if $\alpha_0 \neq 0$.

Or

(b) If V is n-dimensional over F and if $T \in A(V)$ has all its characteristics roots in F, then prove that T satisfies a polynomial of degree n over F.

14. (a) If F is of characteristic 0 and if S and T in $A_F(V)$ are such that $ST - TS$ commutes with S, then show that $ST - TS$ is nilpotent.

Or

(b) Prove that $\det A = \det(A')$.

15. (a) If N is normal and $AN = NA$, then show that $AN^* = N^* A$.

Or

(b) Prove:

(i) If $T \in A(V)$, then $T^* \in A(V)$

(ii) $(T^*)^* = T$.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) State and prove the Schwarz inequality.

Or

(b) Explain the Gram-Schmidt orthogonalization process.

17. (a) If A is an algebra, with unit element, over F, then show that A is isomorphic to a sub algebra of $A(V)$ for some vector space V over F.

Or

(b) If V is finite – dimensional over F, then $S, T \in A(V)$, prove:

(i) $r(ST) \leq r(T)$

(ii) $r(TS) \leq r(T)$

(iii) $r(ST) = r(TS) = r(T)$ for S regular in $A(V)$.

18. (a) Prove that there exists a subspace W to V, invariant under T such that $V = V_1 \oplus W$.

Or

(b) Show that two nilpotent linear transformations are similar if and only if they have the same invariants.

19. (a) Prove that the determinant of a triangular matrix is the product of its entries on the main diagonal.

Or

(b) For $A, B \in F_n$, show that $\det(AB) = (\det A)(\det B)$.

20. (a) Prove that the linear transformation T of V is unitary if and only if it takes an orthonormal basis of V into an orthonormal basis of V.

Or

(b) If $T \in A(V)$ is such that $(vT, v) = 0$ for all $v \in V$, then show that $T = 0$.

(7 pages) **Reg. No. : ....**

Code No. : 9114 **Sub. Code : PMAM 11**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

First Semester

Mathematics

ALGEBRA — I

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. If G is a group and H is a subgroup of index 2 in G then

   (a) H is a normal subgroup of G

   (b) H is a abelian in G

   (c) $aHa^{-1} \neq H$, $a \in G$

   (d) None of these

2. If ϕ is a homomorphism of G into $\overline{G}$, then which one of the following is not true

(a) $\phi(ab) = \phi(a)\,\phi(b)\ \forall a, b \in G$

(b) $\phi(e) = \overline{e}$, the unit element of $\overline{G}$

(c) $\phi(x^{-1}) = (\phi(x))^{-1}\ \forall\, x \in G$

(d) None of these

3. Let G be a group of order 36 and let H be a sub group of order 9, then H contains a normed sub group of order

(a) 3 or 4 (b) 5 or 7

(c) 3 or 6 (d) 3 or 9

4. A group G is said to be solvable if there exist subgroups $G = N_0 \supset N_1 \supset N_2 \supset ..... \supset N_r = (e)$ such that

(a) each N_i is normal in N_{i-1}

(b) N_{i-1} / N_i is abelian

(c) Both (a) and (b) are true

(d) None of these

5. Let A_n be the set of all even permutations in S_n. Then $O(A_n) =$ ————————.

(a) $\underline{|n}$ (b) $\frac{\underline{|n}}{2}$

(c) n (d) $\frac{n}{2}$

6. S_p^k has a $p-$sylow sub group of order

(a) $p^{n(k)}$ (b) p^k

(c) p (d) None

7. Let G be a group of order 72. Then

(a) G must have a non trivial normal subgroups

(b) G is simple

(c) G is not having any normal subgroup

(d) None

8. Product of an even permutation and an odd permutation is

(a) odd (b) even

(c) both (d) none

9. Every finite abelian group is the direct product of ————————.

(a) Subgroups (b) Abelian groups

(c) Cyclic groups (d) None

10. If A and B are groups then $A \times B$ is isomorphic to

(a) A (b) B

(c) $B \times A$ (d) None of these

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that HK is a subgroup of G if and only if $HK = KH$.

Or

(b) The subgroup N of G is a normal subgroup of G if and only if every left coset of N in G is a right coset of N in G. prove this.

12. (a) Prove that any non abelian group of order 6 is isomorphic to s_3.

Or

(b) If a group $G \neq (e)$ is solvable, then show that G contains a normal abelian subgroup $M \neq (e)$.

13. (a) Prove that S_n has A_n as normal subgroup of index 2.

Or

(b) If $O(\overline{G}) = p^2$, when p is a prime number, then show that G is abelian.

14. (a) Prove that any two p-Sylow subgroups of a group G are conjugate to each other.

Or

(b) Find the number of 11-Sylow subgroups and 13-Sylow subgroups of a group of order $11^2 \times 13^2$ and show that this group is abelian.

15. (a) Suppose G is the internal direct product of $N_1, N_2, ...N_n$. Then for $i \neq j$ show that $N_i \cap N_j = \{e\}$ and if $a \in N_i$, $b \in N_j$ then $ab = ba$.

Or

(b) Let G and G' are isomorphic abelian groups then show that for every integer s, $G(s)$ and $G'(s)$ are isomorphic.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) (i) If H and K are finite sub-groups of G of orders $O(H)$ and $O(K)$ respectively then show that $O(HK) = \dfrac{O(H)O(K)}{O(H \cap K)}$.

(ii) If H and K are subgroups of G and $O(H) > \sqrt{O(G)}$, $O(K) > \sqrt{O(G)}$ then show that $H \cap K \neq (e)$.

Or

(b) State and prove Cauchy's theorem for abelian groups.

17. (a) If G is a group, H is a subgroup of G and S is the set of all right cosets of H in G. Then show that there is a homomorphism θ of G into $A(s)$ and the kernel of θ is the largest normal subgroup of G which is contained in H.

Or

(b) (i) Let G be a group. Prove that $\vartheta(G)$, the set of all inner automorphisms of G, is a subgroup of $A(G)$.

(ii) Also prove that $\vartheta(G) \cong G/Z$, Z is the centre of the group G.

18. (a) State and prove Cauchy's theorem for general group.

Or

(b) Prove that the number of conjugate class in S_n is $p(n)$, the number of partions of n. Also prove that $a \in Z$ if and only if $N(a) = G$.

19. (a) State and prove Sylow's theorem for general group.

Or

(b) State and prove third part of Sylow's theorem.

20. (a) Let G be a group and suppose that G is the internal direct product of $N_1, N_2, ..., N_n$, let $T = N_1 \times N_2 \times .... \times N_n$. Then prove that G and T are isomorphic.

Or

(b) Prove that two abelian groups of order p^n are isomorphic iff they have the same invariants.

(8 pages) **Reg. No. : ....**

Code No. : 9132 **Sub. Code : PMAE 31**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Third Semester

Mathematics

Elective — ALGEBRAIC NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. The number of positive integral solutions of $5x + 3y = 52$ is

   (a) 3

   (b) 0

   (c) 1

   (d) 2

2. The equation $ax + by = c$ with $(a, b) = g$ has at least one positive solution if,

   (a) $g \mid c$ and $gc < ab$ (b) $c \mid g$ and $gc < ab$

   (c) $g \mid c$ and $gc > ab$ (d) $c \mid g$ and $gc > ab$

3. The number of positive solutions of $x^2 + y^2 = z^2$ which are in geometric progression is,

   (a) 0 (b) 1

   (c) ∞ (d) 2

4. With usual notations the values of $N'(1), P'(1)$ and $Q'(1)$ are,

   (a) 2,2,2 (b) 2,1,2

   (c) 1,2,1 (d) 2,2,1

5. The value of the infinite continued fraction $\langle 1,1,1,1,... \rangle$ is,

   (a) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (b) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

   (c) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

6. The infinite continued fraction of $\sqrt{2}$ is,

   (a) $\langle 1, 1, 2, 2, 2,... \rangle$ (b) $\langle 1, 2, 2, 2,... \rangle$

   (c) $\langle 0, 1, 1, 2, 2, 2, 2... \rangle$ (d) $\langle 1,1, 2, 1, 2, 1, 2... \rangle$

7. The units of the rational number field Q are,

(a) $\pm i$ (b) ± 1

(c) ± 2 (d) ± 3

8. Non zero integers α and β are called associates, if

(a) $\alpha \ \beta$ is a unit (b) $\alpha + \beta$ is a unit

(c) $\frac{\alpha}{\beta}$ is a unit (d) $\alpha \ \beta$ is a unit

9. Which one of the following is not the correct answer?

$Q\left(\frac{a+b\sqrt{m}}{c}\right) =$

(a) $Q(a+b\sqrt{m})$ (b) $Q(a-b\sqrt{m})$

(c) $Q(b\sqrt{m})$ (d) $Q(\sqrt{m})$

10. The value of $N\left(\frac{5+3\sqrt{2}}{4}\right)$ in $Q(\sqrt{2})$ is,

(a) $\frac{43}{16}$ (b) $\frac{11}{16}$

(c) $\frac{7}{4}$ (d) $\frac{7}{16}$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that the equation $ax + by = c$ with a and b are integers has integral solution if $(a, b) \mid c$. If (x_1, y_1) is a particular solution of $ax + by = c$, find the general solution of the same.

Or

(b) Solve $x + 2y + 3z = 1$.

12. (a) Discuss the equation $4x^2 + y^2 = n$.

Or

(b) Prove that if r and s are arbitrary integers of opposite parity with $r > s > 0$ and $(r, s) = 1$ then $x = r^2 - s^2, y = 2rs, z = r^2 + s^2$ is a positive primitive solutions of $x^2 + y^2 = z^2$.

13. (a) Prove that the equation $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ where a, b, c are non zero integers such that the product abc is square free, has a solution in integers x, y, z not all zero if a, b, c do not have the same sign and that $-bc, -ac, -ab$ are quadratic residues modulo a, b, c respectively.

Or

(b) Prove that any two infinite simple continued fractions converge to different values.

14. (a) If α is any algebraic number prove that there is a rational number b such that $b\,\alpha$ is an algebraic number.

Or

(b) Prove that the n^{th} convergent of $\dfrac{1}{x}$ is the reciprocal of the $(n-1)^{\text{th}}$ convergent of x if x is any real number >1.

15. (a) If α, β, γ are in $Q(\sqrt{m})$ then prove the following :

(i) $N(\alpha\beta) = N(\alpha)N(\beta)$

(ii) $N(\alpha) = 0$ iff $\alpha = 0$

(iii) if γ is an integer in $Q(\sqrt{m})$ then $N(\gamma) = \pm 1$ iff γ is a unit.

Or

(b) Prove that there are infinitely many units in any real quadratic field.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) (i) Find all positive solutions of $15x + 7y = 111$.

(ii) Prove that the equation $ax + by = a + c$ is solvable iff $ax + by = c$ is solvable.

Or

(b) Discuss the procedure of solving the equation $a_1 x + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k = c, k > 2$.

17. (a) Prove that the positive primitive solutions of $x^2 + y^2 = z^2$ with y even are $x = r^2 - s^2, y = 2rs, z = r^2 + s^2$ where r and s are arbitrary integers of opposite parity with $r > s > 0$ and $(r, s) = 1$.

Or

(b) Prove that the only integral solutions of $x^4 + y^4 = z^2$ are the solutions $x = 0, y, z = \pm x^2$ and $x, y = 0, z = \pm x^2$.

18. (a) Find the value of, $\langle 1, 2, 1, 2, 1, 2 \ldots \rangle$ and hence deduce the values of $\langle 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2 \ldots \rangle$ and $\langle 1, 3, 1, 2, 1, 2, 1, 2 \ldots \rangle$.

Or

(b) Prove that the value of an infinite simple continued fraction $\langle a_0, a_1, \ldots a_{n-1}, X \rangle$ is irrational.

19. (a) If a/b is a rational number with positive denominator such that $|\xi - a/b| < |\xi - h_n/k_n|$ for some $n \geq 1$, prove that $b > k_n$. In fact $|\xi\, b - a| < |\xi k_n - h_n|$ for some $n \geq 0$, then $b \geq k_{n+1}$.

Or

(b) Prove the following :

(i) For $n \geq 0$ $\left|\xi - \dfrac{h_n}{k_n}\right| < \dfrac{1}{k_n k_{n+1}}$ and $|\xi k_n - h_n| < \dfrac{1}{k_{n+1}}$

(ii) The convergents $\dfrac{h_n}{k_n}$ are successively closure to ξ, that is $\left|\xi - \dfrac{h_n}{k_n}\right| < \left|\xi - \dfrac{h_{n-1}}{k_{n-1}}\right|$. In fact the stronger inequality $|\xi k_n - h_n| < |\xi k_{n-1} - h_{n-1}|$ holds.

20. (a) Prove that every quadratic field is of the form $Q(\sqrt{m})$ where m is a square free rational integer, positive or negative but not equal to 1. Numbers of the form $a+b\sqrt{m}$ with rational integers a and b are integers $Q(\sqrt{m})$ if $m \equiv 2$ or 3 (mod 4). If $m \equiv 1$ (mod4) the numbers $\left(\frac{a+b\sqrt{m}}{2}\right)$ with odd rational integers a and b are also integers of $Q(\sqrt{m})$ and there are no further integers.

Or

(b) Let m be a negative square free rational integer. Prove that the field $Q(\sqrt{m})$ has units ± 1 and these are the only units except in the case $m=-1$ and $m=-3$. The units for $Q(i)$ are ± 1 and $\pm i$. The units for $Q(\sqrt{-3})$ are ± 1, $\frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}$ and $\frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$.

(6 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9119 **Sub. Code : PMAM 21**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Second Semester

Mathematics

ALGEBRA — II

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If $\phi : R \to R'$ is a ring homomorphism, then the kernel of ϕ is

   (a) $\{a \in R / \phi(a) = 1\}$ (b) $\{a \in R / \phi(a) = 0\}$

   (c) $\{a \in R' / \phi(a) = 1\}$ (d) $\{a \in R' / \phi(a) = 0\}$

2. Let R be the ring of integers, which one of the following is not a maximal ideal of R

   (a) (5) (b) (19)

   (c) (11) (d) (8)

3. In a Euclidean ring R, if $d(a) = d(1)$ then

(a) $a = 1$

(b) $a^{-1} \in R$

(c) a is the unit element

(d) $a = 0$

4. In $J[i], d(2+3i)$ is

(a) 13 (b) $\sqrt{13}$

(c) –5 (d) 5

5. The root of $x^3 - 9$ over the integers $\bmod 11$

(a) is 3 (b) is 4

(c) is 9 (d) does not exist

6. Which one of the following is not primitive?

(a) $24 + 35x + 17x^2$ (b) $1 + 242x + 343x^3$

(c) $2 + 6x + 128x^2$ (d) $3 + 9x + 2x^3$

7. The intersection of all prime ideals of R which contain a given ideal I is the

(a) prime radical of I

(b) nil radical of I

(c) jacobson radical of I

(d) primary radical of I

8. b is a quasi inverse of a if

(a) $a + b + ab = 0$

(b) $a - b = 0$

(c) $a + b - ab = 0$

(d) $b = ax - x$ for same x

9. $J(Z_e)$ is

(a) ϕ (b) $\{0\}$

(c) Z_e (d) Z

10. A ring R is isomorphic to a subdirect sum of fields if and only if

(a) R is semi simple

(b) R is without prime radical

(c) R is commutative

(d) R is a ring containing no non zero nil ideals

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Define the kernel of a homomorphism ϕ of R into R'. Prove that the homomorphism ϕ is an isomorphism if and only if $I(\phi) = \{0\}$.

Or

(b) Let R be a commutative ring with unit element whose only ideals are 10 and R itself. Prove that R is a field.

12. (a) State and prove unique factorization theorem.

Or

(b) If p is a prime number of the form $4n+1$, prove that we can solve the congruence $x^2 \equiv -1 \,(\text{mod p})$.

13. (a) State and prove the division algorithm.

Or

(b) If $f(n)$ and $g(n)$ are primitive polynomials, prove that $f(n)\,g(n)$ is also a primitive polynomial.

14. (a) Prove that an element a is invertible in the ring R if and only if the coset $a + \text{rad}\, R$ is invertible in the quotient ring $R / \text{rad}\, R$.

Or

(b) Let $\{M_i\}_i$ be the set of maximal ideals of the ring R. If for each i, there exists an element $a_i \in M_i$ such that $I - a_i \in$ rad $R - M_i$, prove that $\{M_i\}$ is a finite set.

15. (a) Define the J-radical of a ring R and show that the ring Z_e of been integers is J-semisimple.

Or

(b) For any ring R, prove that the quotient ring $R / J(R)$ is J-semi simple.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Define a maximal ideal of a ring. If R is a commutative ring with unit element and M is an ideal of R, prove that M is a maximal ideal of R if and only if R / M is a field.

Or

(b) Prove that every integral domain can be imbedded in a field.

17. (a) Define a principal ideal ring and prove that a Euclidean ring is a principal ideal ring.

Or

(b) Define $J[i]$. Prove that $J[i]$ is a Euclidean ring. What are the units of $J[i]$?

18. (a) State and prove the Eisenstein criterion.

Or

(b) Prove that $R[x]$ is a UFD if R is a UFD.

19. (a) For any ring R, prove that the quotient ring $R/\operatorname{rad} R$ is semisimple.

Or

(b) For any ring R, prove that the idampotents of $R/\operatorname{rad} R$ can be lifted into R.

20. (a) Let $I_1, I_2, ..., I_n$ be a finite set of non trivial ideals of the ring R. If $I_i + I_f = R$ whenever $i \neq j$, prove that $R/\bigcap I_i \simeq \sum \oplus (R/I_i)$.

Or

(b) State and prove the representation theorem due to Birkhoff.

(7 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9115 **Sub. Code : PMAM 12**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

First Semester

Mathematics — Main

ANALYSIS – I

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If E is closed and every point of E is a limit point of E. Then E is

   (a) open (b) bounded

   (c) perfect (d) dense

2. The set of all integers is

   (a) closed (b) open

   (c) perfect (d) bounded

3. If $sn = \frac{1+(-1)^n}{n}$ then the sequence $\{s_n\}$

(a) converges to 1 (b) diverges to 1

(c) oscillates (d) converges to 2

4. If $p > 0$ then $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{p} =$

(a) 0 (b) 1

(c) n (d) ∞

5. The series $\sum \frac{(-1)^n}{n}$

(a) converges absolutely

(b) converges non absolutely

(c) diverges

(d) none

6. For the series $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+....$ $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$ is

(a) 0 (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) ∞

7. The function $f(x) = \begin{cases} 1 & x \text{ rational} \\ 0 & x \text{ irrational} \end{cases}$ then f is

(a) continuous

(b) discontinuous of first kind

(c) discontinuous of second kind

(d) none

8. The number of points at which monotonic functions have discontinuous of second kind is

(a) ∞ (b) 1

(c) finite (d) 0

9. $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ then $f^1(0)$ is

(a) 0 (b) 1

(c) -1 (d) does not exist

10. If $f^1(x) < 0$ in (a, b) then f is

(a) monotonically increasing in (a, b)

(b) strictly increasing in (a, b)

(c) constant

(d) none

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that a set E is open if and only if its complement is closed.

Or

(b) Prove that a finite point set has no limit points.

12. (a) Let $\{p_n\}$ be a sequence in a metric space X. Prove that $\{p_n\}$ converges to $p \in X$ if and only if every neighbourhood of p contains all but finitely many of the terms of $\{p_n\}$.

Or

(b) If $\sum a_n$ converges and if $\{b_n\}$ is monotonic and bounded, then prove that $\sum a_n b_n$ converges.

13. (a) Suppose (i) the partial sums A_n of $\sum a_n$ form a bounded sequence (ii) $b_0 \geq b_1 \leq b_2 \geq \ldots.$ (iii) $\lim_{n \to \infty} b_n = 0$ Then prove that $\sum a_n b_n$ converges.

Or

(b) Prove that the Cauchy product of two absolutely convergent series converge absolutely.

14. (a) Suppose f is a continuous mapping of a compact metric space X into a metric space Y. Then prove that $f(x)$ is compact.

Or

(b) Let $I = [0,1]$ be the unit closed interval. Suppose f is a continuous mapping of I into I. Prove that $f(x) = x$ for at least one $x \in I$.

15. (a) Let f be defined on $[a,b]$. If f has a local maximum at a point $x \in (a,b)$ and if $f^1(x)$ exist, then prove that $f'(x) = 0$.

Or

(b) State and prove Mean Value Theorem.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

16. (a) State and prove Heine Borel Theorem.

Or

(b) Prove that Every K-cell is compact.

17. (a) (i) If $\{p_n\}$ is a sequence in a compact metric space X. Then prove that some subsequence of $\{p_n\}$ converges to a point of X.

(ii) Prove that every bounded sequence in R^k contains a convergent subsequences.

Or

(b) (i) If $\overline{E}$ is the closure of a set E in a metric space X. then prove that $deam\ \overline{E} = deam\, E$.

(ii) If K_n is a sequence of compact sets in X such that $k_n \supset k_{n+1}, n = 1, 2.....$ and if $\lim_{n\to\infty}$ deam $k_n = 0$ then prove that $\bigcap_{n=1}^{\infty} k_n$ contains exactly one point.

18. (a) (i) State and prove Root Test.

(ii) Discuss the convergence of the series $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + ...$

Or

(b) State and prove Merten's Theorem.

19. (a) Let f be a continuous mapping of a compact metric space X into a metric space Y. Then prove that f is uniformly continuous on X.

Or

(b) Let f be a monotonically increasing on (a, b). Then $f(x+)$ and $f(x-)$ at every point of x of (a, b). More precisely

$$\sup_{a<t<x} f(t) = f(x-) \le f(x) \le f(x+) = \inf_{x<t<b} f(t).$$

Further more if $a < x < y < b$ then prove that $f(x+) \le f(y-)$.

20. (a) State and prove L' Hospitals Rule.

Or

(b) State and prove Taylor's Theorem.

———————

(7 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9115 **Sub. Code : PMAM 12**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

First Semester

Mathematics — Main

ANALYSIS – I

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If E is closed and every point of E is a limit point of E. Then E is

   (a) open (b) bounded

   (c) perfect (d) dense

2. The set of all integers is

   (a) closed (b) open

   (c) perfect (d) bounded

3. If $sn = \frac{1+(-1)^n}{n}$ then the sequence $\{s_n\}$

(a) converges to 1 (b) diverges to 1

(c) oscillates (d) converges to 2

4. If $p > 0$ then $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{p} =$

(a) 0 (b) 1

(c) n (d) ∞

5. The series $\sum \frac{(-1)^n}{n}$

(a) converges absolutely

(b) converges non absolutely

(c) diverges

(d) none

6. For the series $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+....$ $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$ is

(a) 0 (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) ∞

7. The function $f(x) = \begin{cases} 1 & x \text{ rational} \\ 0 & x \text{ irrational} \end{cases}$ then f is

(a) continuous

(b) discontinuous of first kind

(c) discontinuous of second kind

(d) none

8. The number of points at which monotonic functions have discontinuous of second kind is

(a) ∞ (b) 1

(c) finite (d) 0

9. $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \dfrac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ then $f^1(0)$ is

(a) 0 (b) 1

(c) -1 (d) does not exist

10. If $f^1(x) < 0$ in (a, b) then f is

(a) monotonically increasing in (a, b)

(b) strictly increasing in (a, b)

(c) constant

(d) none

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that a set E is open if and only if its complement is closed.

Or

(b) Prove that a finite point set has no limit points.

12. (a) Let $\{p_n\}$ be a sequence in a metric space X. Prove that $\{p_n\}$ converges to $p \in X$ if and only if every neighbourhood of p contains all but finitely many of the terms of $\{p_n\}$.

Or

(b) If $\sum a_n$ converges and if $\{b_n\}$ is monotonic and bounded, then prove that $\sum a_n b_n$ converges.

13. (a) Suppose (i) the partial sums A_n of $\sum a_n$ form a bounded sequence (ii) $b_0 \geq b_1 \leq b_2 \geq \ldots.$ (iii) $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0$ Then prove that $\sum a_n b_n$ converges.

Or

(b) Prove that the Cauchy product of two absolutely convergent series converge absolutely.

14. (a) Suppose f is a continuous mapping of a compact metric space X into a metric space Y. Then prove that $f(x)$ is compact.

Or

(b) Let $I = [0,1]$ be the unit closed interval. Suppose f is a continuous mapping of I into I. Prove that $f(x) = x$ for at least one $x \in I$.

15. (a) Let f be defined on $[a,b]$. If f has a local maximum at a point $x \in (a,b)$ and if $f^1(x)$ exist, then prove that $f'(x) = 0$.

Or

(b) State and prove Mean Value Theorem.

PART C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

16. (a) State and prove Heine Borel Theorem.

Or

(b) Prove that Every K-cell is compact.

17. (a) (i) If $\{p_n\}$ is a sequence in a compact metric space X. Then prove that some subsequence of $\{p_n\}$ converges to a point of X.

(ii) Prove that every bounded sequence in R^k contains a convergent subsequences.

Or

(b) (i) If $\overline{E}$ is the closure of a set E in a metric space X. then prove that $deam\ \overline{E} = deam\, E$.

(ii) If K_n is a sequence of compact sets in X such that $k_n \supset k_{n+1}, n = 1, 2.....$ and if $\lim\limits_{n\to\infty}$ deam $k_n = 0$ then prove that $\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} k_n$ contains exactly one point.

18. (a) (i) State and prove Root Test.

(ii) Discuss the convergence of the series $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+....$

Or

(b) State and prove Merten's Theorem.

19. (a) Let f be a continuous mapping of a compact metric space X into a metric space Y. Then prove that f is uniformly continuous on X.

Or

(b) Let f be a monotonically increasing on (a, b). Then $f(x+)$ and $f(x-)$ at every point of x of (a, b). More precisely

$$\sup_{a<t<x} f(t) = f(x-) \leq f(x) \leq f(x+) = \inf_{x<t<b} f(t).$$

Further more if $a < x < y < b$ then prove that $f(x+) \leq f(y-)$.

20. (a) State and prove L' Hospitals Rule.

Or

(b) State and prove Taylor's Theorem.

———————

(8 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9120 **Sub. Code : PMAM 22**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018

Second Semester

Mathematics – Main

ANALYSIS — II

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. P^* is a refinement of P if ____________

   (a) PCP^*

   (b) P^*CP

   (c) $P = P^*$

   (d) $P \neq P^*$

2. If $a < s < b$, f is bounded on $[a, b]$, f is continuous at s, and $\alpha(x) = I(x - s)$, then $\int_a^b f d\alpha =$ ____________

   (a) $f(o)$ (b) $f(s)$

   (c) $f(a)$ (d) $f(b)$

3. A curve γ is rectifiable if ____________

   (a) $\Delta(\gamma) = 0$ (b) $\Delta(\gamma) = \infty$

   (c) $\Delta(\gamma) = 1$ (d) $\Delta(\gamma) < \infty$

4. If $\{f_n\}$ is a sequence of continuous functions on E and if $f_n \to f$ uniformly on E, then f is ____________ on E.

   (a) Uniformly continuous

   (b) Not continuous

   (c) Continuous

   (d) Not Uniformly continuous

5. If there exists a number M such that $|f_n(x)| < M, (x \in E, n = 1, 2, 3......)$, then $\{f_n\}$ is ____________

   (a) Bounded (b) Uniformly bounded

   (c) Continuous (d) Uniformly continuous

6. Every member of an equicontinuous family is ______________

(a) Continuous

(b) Continuous equally

(c) Uniformly continuous

(d) Not continuous

7. If the each $x \in x$, there corresponds a function $g \in \mathcal{A}$ such that $g(x) \neq 0$, then we say that $\mathcal{A}$ ______________ of E.

(a) Vanishes at no point

(b) Vanishes at every point

(c) Vanishes at some points

(d) Not Vanishes at some points

8. $\lim_{x \to 0} \frac{\log(1+x)}{x} =$ ______________

(a) 0 (b) 1

(c) ∞ (d) e^x

9. If $\{\phi_n\}$ is orthonormal on $[a, b]$ and if $f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x)$, then $\lim_{n \to \infty} c_n =$

(a) 0 (b) 1

(c) ϕ_n (d) c

10. For $n = 1, 2, 3, \ldots.. \Pi(n+1) =$ ____________

    (a) $(n+1)!$ (b) $n(n+1)$

    (c) $n+1$ (d) $n!$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) If f is continuous on $[a, b]$, then prove that $f \in \mathscr{R}(\alpha)$ on $[a, b]$.

Or

(b) Suppose f is bounded on $[a, b]$, f has only finitely many points of discontinuity on $[a, b]$, and α is continuous at every point at which f is discontinuous. Then show that $f \in \mathscr{R}(\alpha)$.

12. (a) Show by means of an example that limit processes cannot in general be interchanged without affecting the result.

Or

(b) Prove that the sequence at functions $\{f_n\}$ defined E, converges uniformly on E if and only if for every $\in > 0$, there exists an integer N such that $m \geq N$, $n \geq N$, $x \in E$ implies $|f_n(x) - f_m(x)| \leq \in$.

13. (a) Give an example of a uniformly bounded convergence sequence which contains no uniformly convergent subsequence.

Or

(b) Let α be montonically increasing on $[a, b]$. Suppose $f_n \in \mathcal{R}(\alpha)$ on $[a, b]$, for $n = 1, 2, 3, \ldots.$ and suppose $f_n \to f$ uniformly on $[a, b]$. Then show that $f \in \mathcal{R}(\alpha)$ on $[a, b]$ and $\int_a^b f d\alpha = \lim_{n \to \infty} \int_a^b f_n d\alpha$.

14. (a) Let $\mathcal{B}$ be the uniform closure of an algebra $\mathcal{A}$ of bounded functions. Prove that $\mathcal{B}$ is a uniformly closed algebra.

Or

(b) Suppose $\sum C_n$ converges. Let $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$, $-1 < x < 1$. Then show that $\lim_{x \to 1} f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n$

15. (a) If f is continuous with period 2π and if $\in > 0$, then show that there is a trigonometric polynomial P such that $|P(x) - f(x) < \in|$ for all real x.

Or

(b) Prove :

(i) $\Gamma(x+1) = x\ \Gamma(x)$ if $0 < x < \infty$

(ii) $\log \Gamma$ is convex on $(0, \infty)$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Show that $f \in \mathcal{R}(\alpha)$ on $[a, b]$ if and only if for every $\in > 0$, there exists a partition P such that $\cup(P, f, \alpha) - L(P, f, \alpha) < \in$.

Or

(b) Suppose $f \in \mathcal{R}(\alpha)$ on $[a, b]$, $m \le f \le M$, ϕ is continues on $[m, M]$ and $h(x) = \phi f(x)$ on $[a, b]$. Then prove that $h \in \mathcal{R}(\alpha)$ on $[a, b]$.

17. (a) Let X be a metric space. Prove that the set $\mathcal{C}(X)$ of all complex – valued continuous, bounded functions with domain X is a complete metric space.

Or

(b) Suppose $f_n \to f$ uniformly on a set E in a metric space. Let x be a limit point of E. Then prove that

$$\lim_{t \to x} \lim_{n \to \infty} f_n(t) = \lim_{n \to \infty} \lim_{\substack{t \to x \\ t \to \infty}} f_n(t)$$

18. (a) Suppose $\{f_n\}$ is a sequence of functions, differentiable on $[a, b]$. and such that $\{f_n(x_o)\}$ converges for some point x_o on $[a, b]$. If $\{f_n'\}$converges uniformly on $[a, b]$, then show that $\{f_n\}$ converges uniformly on $[a, b]$, to a function f and $f'(x) = \lim_{n \to \infty} f_n'(x)$.

Or

(b) Show that there exists a real continuous functions on the real line which is nowhere differentiable.

19. (a) State and prove the Weierstrass' theorem.

Or

(b) Let $\mathcal{A}$ be an algebra of real continuous functions on a compact set K. If $\mathcal{A}$ vanishes at no point of K, then prove that uniform closure $\mathcal{B}$ of $\mathcal{A}$ consists of all real continuous functions on K.

20. (a) State and prove Parseval's theorem.

Or

(b) Let $\{\phi_n\}$ be orthonormal on $[a, b]$. Let $s_n(x) = \sum_{m=1}^{n} c_m \phi_m(x)$ be the nth partial sum of the Fourier series of f and suppose $t_n(x) = \sum_{m=1}^{n} \gamma_m \phi_m(x)$. Then prove that $\int_a^b |f - s_n|^2 dx \le \int_a^b |f - t_n|^2 dx$ and equality holds if and only if $\gamma_m = c_m$, $m = 1, 2, 3......, n$.

(6 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9116 **Sub. Code : PMAM 13**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

First Semester

Mathematics

ANALYTIC NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. If $(a, b) = 1$, then $(a + b, a^2 - ab + b^2) =$

   (a) either 1 or 2 (b) either 1 or 3

   (c) 2 (d) 4

2. Which one of the following is not correct?

   (a) $n \mid n$ (b) $1 \mid n$

   (c) $0 \mid n$ (d) $n \mid 0$

3. For $n > 1, I(n) =$

(a) 1 (b) n

(c) 0 (d) $\log n$

4. $\Lambda(1) =$

(a) 1 (b) -1

(c) 0 (d) not defined

5. For real or complex α and $n \geq 1$ $\sigma_\alpha(n) =$

(a) $\sum_{d|n} \frac{d}{\alpha}$ (b) $\prod_{d|n} \frac{d}{\alpha}$

(c) $\sum_{d|n} d^\alpha$ (d) $\prod_{d|n} d^\alpha$

6. $\lambda^{-1}(n) =$

(a) 1 (b) $|\mu(n)|$

(c) -1 (d) ± 1

7. $\lim_{x\to\infty}\left(\sum_{n\leq x} \frac{1}{n} - \log x\right) =$

(a) Euler's constant

(b) Riemann zeta function

(c) $0\left(\frac{1}{x}\right)$

(d) $0(x^{1-s})$

8. $N(r) =$

(a) $2r+1$ (b) $2r^2+0(r)$

(c) $4r^2+0(r)$ (d) $2[r]$

9. The Chebysev's θ function is $\theta(x) =$

(a) $\sum_{p\le x} \log p$ (b) $\sum_{n\le x} \Lambda(n)$

(c) $\sum_{p|x} \log p$ (d) $\sum_{p\ge x} \log p$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n^2} =$

(a) $\zeta(2)$ (b) $\frac{6}{\pi^2}$

(c) $\frac{\pi^2}{6}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that n^4+4 is composite if $n>1$.

Or

(b) Prove that $a\ D(b\ D\ C) = (a\ D\ b)\ D\ C$.

12. (a) If $n \geq 1$, prove that $\sum_{d|n} \phi(d) = n$.

Or

(b) If $(m, n) = 1$, show that $\phi(m\,n) = \phi(m)\,\phi(n)$.

13. (a) Show that the möbius function is multiplicative but not completely multiplicative.

Or

(b) Prove that, for $n \geq 1$.

14. (a) If $x \geq 1$ and $\alpha \geq 0$, prove that

$$\sum_{n \leq x} n^{\alpha} = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + O(x^{\alpha}).$$

Or

(b) For $x \geq 1$, prove that

$$\sum_{n \leq x} \sigma_1(n) = \frac{1}{2}\zeta(2)x^2 + O(x \log x).$$

15. (a) State and prove Abel's identity.

Or

(b) Calculate the highest power of 10 that divides 1000 !.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Show that the infinite series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n}$ diverges.

Or

(b) State and prove 'The Division Algorithm'.

17. (a) Prove that $\sum_{d^2|n} \mu(d) = \mu^2(n)$ and

$$\sum \mu d) = \begin{cases} 0 & \text{if } m^k \mid n \text{ for some } m > 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Or

(b) If $n \geq 1$, prove that $\log n = \sum_{d|n} \Lambda\,(d)$.

18. (a) If both g and $f \times g$ are multiplicative. Prove that f is also multiplicative.

Or

(b) Given f is multiplicative. Prove that f is completely multiplicative if and only if $f^{-1}(n) = \mu(n)\ f(n)$ for all $n \geq 1$.

19. (a) State and prove Euler's summation formula.

Or

(b) Show that the set of lattice points visible from the origin has density $\frac{6}{\pi^2}$.

20. (a) Prove that for every integer $n \geq 2$,

$$\frac{n}{6\log n} < \pi(n) < \frac{6n}{\log n}.$$

Or

(b) Prove that the following relations are logically equivalent.

(i) $\lim_{x\to\infty} \frac{\pi(x)\log x}{x} = 1$

(ii) $\lim_{x\to\infty} \frac{\theta(x)}{x} = 1$

(iii) $\lim_{x\to\infty} \frac{\psi(x)}{x} = 1$.

(6 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9116 **Sub. Code : PMAM 13**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

First Semester

Mathematics

ANALYTIC NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. If $(a, b) = 1$, then $(a + b, a^2 - ab + b^2) =$

   (a) either 1 or 2 (b) either 1 or 3

   (c) 2 (d) 4

2. Which one of the following is not correct?

   (a) $n \mid n$ (b) $1 \mid n$

   (c) $0 \mid n$ (d) $n \mid 0$

3. For $n > 1, I(n) =$

(a) 1 (b) n

(c) 0 (d) $\log n$

4. $\Lambda(1) =$

(a) 1 (b) -1

(c) 0 (d) not defined

5. For real or complex α and $n \geq 1$ $\sigma_{\alpha}(n) =$

(a) $\sum_{d|n} \frac{d}{\alpha}$ (b) $\prod_{d|n} \frac{d}{\alpha}$

(c) $\sum_{d|n} d^{\alpha}$ (d) $\prod_{d|n} d^{\alpha}$

6. $\lambda^{-1}(n) =$

(a) 1 (b) $|\mu(n)|$

(c) -1 (d) ± 1

7. $\lim_{x\to\infty}\left(\sum_{n\leq x} \frac{1}{n} - \log x\right) =$

(a) Euler's constant

(b) Riemann zeta function

(c) $0\left(\frac{1}{x}\right)$

(d) $0(x^{1-s})$

8. $N(r) =$

(a) $2r+1$ (b) $2r^2 + 0(r)$

(c) $4r^2 + 0(r)$ (d) $2[r]$

9. The Chebysev's θ function is $\theta(x) =$

(a) $\sum_{p \le x} \log p$ (b) $\sum_{n \le x} \Lambda(n)$

(c) $\sum_{p | x} \log p$ (d) $\sum_{p \ge x} \log p$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n^2} =$

(a) $\zeta(2)$ (b) $\frac{6}{\pi^2}$

(c) $\frac{\pi^2}{6}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that $n^4 + 4$ is composite if $n > 1$.

Or

(b) Prove that $a\ D(b\ D\ C) = (a\ D\ b)\ D\ C$.

12. (a) If $n \geq 1$, prove that $\sum_{d|n} \phi(d) = n$.

Or

(b) If $(m, n) = 1$, show that $\phi(m\,n) = \phi(m)\,\phi(n)$.

13. (a) Show that the möbius function is multiplicative but not completely multiplicative.

Or

(b) Prove that, for $n \geq 1$.

14. (a) If $x \geq 1$ and $\alpha \geq 0$, prove that

$$\sum_{n \leq x} n^{\alpha} = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + O(x^{\alpha}).$$

Or

(b) For $x \geq 1$, prove that

$$\sum_{n \leq x} \sigma_1(n) = \frac{1}{2}\zeta(2)x^2 + O(x \log x).$$

15. (a) State and prove Abel's identity.

Or

(b) Calculate the highest power of 10 that divides 1000 !.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Show that the infinite series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n}$ diverges.

Or

(b) State and prove 'The Division Algorithm'.

17. (a) Prove that $\sum_{d^2|n} \mu(d) = \mu^2(n)$ and

$$\sum \mu d) = \begin{cases} 0 & \text{if } m^k \mid n \text{ for some } m > 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Or

(b) If $n \geq 1$, prove that $\log n = \sum_{d|n} \Lambda\,(d)$.

18. (a) If both g and $f \times g$ are multiplicative. Prove that f is also multiplicative.

Or

(b) Given f is multiplicative. Prove that f is completely multiplicative if and only if $f^{-1}(n) = \mu\,(n)\ f\,(n)$ for all $n \geq 1$.

19. (a) State and prove Euler's summation formula.

Or

(b) Show that the set of lattice points visible from the origin has density $\frac{6}{\pi^2}$.

20. (a) Prove that for every integer $n \geq 2$,

$$\frac{n}{6\log n} < \pi(n) < \frac{6n}{\log n}.$$

Or

(b) Prove that the following relations are logically equivalent.

(i) $\lim_{x\to\infty} \frac{\pi(x)\log x}{x} = 1$

(ii) $\lim_{x\to\infty} \frac{\theta(x)}{x} = 1$

(iii) $\lim_{x\to\infty} \frac{\psi(x)}{x} = 1$.

(8 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9133 **Sub. Code : PMAE 32**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Third Semester

Mathematics

Elective — CALCULUS OF VARIATIONS AND
INTEGRAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2017 and afterwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If F is a function of x, y', the Eular's equation is

   (a) $F - y' \frac{\partial F}{\partial y'} = C$ (b) $\frac{\partial F}{\partial y'} = C$

   (c) $\frac{\partial F}{\partial y} = C$ (d) $\frac{\partial F}{\partial y} = O$

2. The Lagrange's equation for minimizing the quantity $f(x,y,z)$ subject to the constraint $\phi(x, y, z)=0$ is

(a) $f+\lambda\phi=0$ (b) $\lambda f+\phi=0$

(c) $f_x=f_y=\phi_\lambda$ (d) $f_x=\phi_z$

3. $I=\int_a^b y\,(x)\,dx$ is a

(a) Natural number (b) Function

(c) Variation (d) Funcional

4. $\frac{\partial}{\partial x}(\delta\, u)=$

(a) $\frac{\partial}{\partial y}(\delta\, y)$ (b) $\frac{d}{dx}(\delta u)$

(c) $\delta\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)$ (d) $\frac{\partial}{\partial\, x}(\delta v)$

5. $y(x)=1+\lambda\int_0^1(1-3x\,\xi)\,y\,(\xi)\,d\xi$ is

(a) A fredholm equation

(b) A volterra equation

(c) An improper integral

(d) An Eular equation

6. The Green's function $G(x, \xi)$ is

(a) Independent of boundary conditions

(b) Not continuous at $x = \xi$

(c) Symmetric

(d) Continuous at $x = \xi$

7. In the integral equation $e(x) = \int_R G(x, \xi)\, c(\xi)\, d\xi$, the function $G(x, \xi)$ is called

(a) The effect distribution

(b) Cause distribution

(c) The influence function

(d) Sum of effects

8. In the integral equation

$$y(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin (x+\xi)\; y(\xi)\; d\xi$$ the Kernel is

(a) Inseparable

(b) Separable

(c) Not defined

(d) A cause function

9. The characteristic functions $y_m(x)$ and $y_n(x)$ of the homogeneous Fredholm equation $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, \xi)\, y(\xi)\, d\xi$ are

(a) Equal

(b) Real numbers

(c) Complex numbers

(d) Orthogonal

10. The solution of $y(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x, \xi)\, y(\xi)\, d\xi$ orbits by iterative method if

(a) $|\lambda| \nless \frac{1}{M(b-a)}$

(b) $\lambda = 0$

(c) $|\lambda| < \frac{1}{M(b-a)}$

(d) None

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) Prove that the shortest distance between two points in a plane is a straight line.

Or

(b) Determine the point on the curve of intersection of the surfaces $z = xy + 5, x + y + z = 1$ which is nearest the origin.

12. (a) Show that the integral $I = \int_{x_2}^{x_1} F(x, y, y')\, dx$ is stationary if and only if its first variation $\delta I = 0$.

Or

(b) If $I = \int_0^1 \left(x^2 - y^2 + y'^2\right) dx$, calculate both ΔI and δI when $y = x$ and $\delta y = t \in x^2$.

13. (a) If $I_n(x) = \int_a^x (x-\xi)^{n-1} f(\xi)\, d\xi$, where n is a positive integer prove that

$$\int_a^x \int_a^{x_n} \cdots \int_a^{x_3} \int_a^{x_2} f(x_1)\, dx_1\, dx_2 \ldots dx_n = \frac{1}{(n-1)!} I_n(x).$$

Or

(b) Show that the integral equation corresponding to the boundary value problem $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda\, y = 0$, y(0)=0, $y\,(l) = 0$ is a Fredholm equation of the second kind.

14. (a) Derive the integral equation for the determination of small deflections of a string due to a loading distribution.

Or

(b) Obtain an approximate solution of the integral equation

$$y(x) = \int_0^1 \sin\,(x\;\xi)\; y(\xi)\; d\xi + x^2 .$$

15. (a) Show that the characteristic numbers of a Fredholm integral equation with a real symmetric Kernel are all real.

Or

(b) Solve $y(x) = 1 + \lambda \int_0^1 (1 - 3x\xi)\, y(\xi)\, d\xi$ by iterative methods.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (a) Of all the rectangular parallelepipeds which have sides parallel to the coordinate planes, and which are inscribed in the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, determine the diminutions of that one which has the largest possible voluem.

Or

(b) State and prove a necessary condition for $I = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y')\, dx$ to be an extremum.

17. (a) Summarize the steps followed to maximize or minimize an integral using constraints and lagrnage multipliers.

Or

(b) Illustrte the Dirichlset problem.

18. (a) Show that $y(x) = \int_a^b G(x, \xi) \phi(\xi)\, d\xi$ is an integral formulation of the differential equation $L_y + \phi(x) = 0$ with homogeneous boundary conditions $\alpha\, y + \beta\, y' = 0$.

Or

(b) Transform the Bessal equation $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + (\lambda x^2 - 1) y = 0,\ y(0) = 0,\ \ y(1) = 0$ into an integral equation.

19. (a) Suppose that a string is rotating uniformly about the x-axis with angular velocity w. Show that the influence function is the Green's function of the problem.

Or

(b) Determine the characteristic values of the integral equation

$y(x) = \lambda \int_0^1 (1 - 3x\, \xi)\, y(\xi)\, d\xi + F(x)$ and the corresponding characteristic functions.

20. (a) Explain an iterative method for solving a fredholm equation of the second kind.

Or

(b) Generate characteristic functions for the case when $K(x, \xi) = \sin(x + \xi)$ and $(a,b) = (0, 2\pi)$ of $\int_a^b K(x, \xi)\, \phi(\xi)\, d\xi$.

(7 pages) **Reg. No. : ....**

Code No. : 9121 **Sub. Code : PMAM 23**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Second Semester

Mathematics

CLASSICAL MECHANICS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. A particle of mass 'm' has momentum p, its kinetic energy will be

   (a) mp (b) p^2 / m

   (c) $p^2 / 2m$ (d) $p^2 m$

2. Constraint is a rigid body is

   (a) holonomic (b) non-holonomic

   (c) sclernomic (d) rheonomic

3. The equation $\sum_i \overline{F_i}(a) \cdot \delta \overline{r_i} = 0$ is called

(a) the principle of virtual work

(b) D'Alembert's principle

(c) Hamilton's principle

(d) Fermat's principle

4. $\dfrac{dw_f}{dt} =$ ______________.

(a) $\frac{1}{2}\mathcal{F}$ (b) $2\mathcal{F}$

(c) 0 (d) $3\mathcal{F}$

5. The brachistochrone problem was analysed by ______________.

(a) Rabin (b) Euler

(c) John Bernoulli (d) Rudin

6. ______________ is necessary and sufficient condition for Lagrange's equations.

(a) Newton's principle

(b) Euler's principle

(c) Hamilton's principle

(d) Poisson's principle

7. $\frac{1}{2}r^2\dot{\theta}$ is called

(a) linear velocity

(b) angular velocity

(c) a real velocity

(d) relative velocity

8. In the relation $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, μ is called

(a) reduced mass (b) extented mass

(c) regular mass (d) linear velocity

9. If $e = 1$ and $E = 0$, then the orbit is

(a) circle (b) ellipse

(c) parabola (d) hyperbola

10. The square of the period proportional to the cube of the major axis. This is known as

(a) Newtons second law of motion

(b) Kepler's first law of planetray motion

(c) Kepler's second law of planetray motion

(d) Kepler's third law of planetray motion

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Define escape velocity of a particle on the earth. Show that the escape velocity for earth is 6.95 mi/sec.

Or

(b) Show that for a single particle of constant mass $\frac{dT}{dt} = \overline{F} \cdot \overline{V}$ and if the mass varies with time then $\frac{d(mT)}{dt} = \overline{F} \cdot \overline{P}$.

12. (a) State and prove D'Alembert's principle.

Or

(b) Discuss about the dissipation function.

13. (a) Show that the geodesis of a spherical surface are great circles.

Or

(b) Find the equation of motion of a head sliding on a uniformly rotating wire in a force-free space.

14. (a) State and prove Kepler's second law of motion.

Or

(b) Show that the inverse square law of force the Virial's theorem can be stated at $\overline{T} = \frac{-1}{2}\overline{V}$.

15. (a) Show that the central force problem is solvable interms of elliptic functions of the distance with the following exponents.

$$n = \frac{-3}{2}, \frac{-5}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{-5}{3}, \frac{-7}{3}.$$

Or

(b) Prove that the central orbit is invariant under reflection about the apsidal vectors.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Show that the total angular momentum of a system of particles about a point is equal to the sum of the angular momentum of the system concentrated at the mass centre and the angular momentum of the system about the mass centre.

Or

(b) State and prove the conservation theorem for total angular momentum.

17. (a) Derive Lagrange's equation of motion

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{d\dot{q}_j}\right] = \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 .$$

Or

(b) Obtain the Lagrangian equation of the Atwood's machine and find its acceleration.

18. (a) Derive Eulev-Lagrange differential equations.

Or

(b) Derive Lagrange's equations for non-holonomic systems.

19. (a) Obtain the differential equation for the orbit if the force law for the potential V, is known.

Or

(b) Discuss the equivalent one-dimensional problem and classification of orbits.

20. (a) Derive the orbit equation :

$$\frac{1}{r} = \frac{mK}{\rho^2}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2El^2}{mK^2}} \cos(\theta - \theta')\right].$$

Or

(b) Two particles more about each other in a circular orbits under the influence of gravitational forces with a period τ. Their motion is suddenly stopped at a given instant of time and they are then released and allowed to fall into each other. Prove that they collide after a time $\frac{\tau}{4\sqrt{2}}$.

(6 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9122 **Sub. Code : PMAM 24**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Second Semester

Mathematics

DIFFERENTIAL GEOMETRY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer:

1. A curve is a straight line if and only if

   (a) $k = 0$ (b) $k \neq 0$

   (c) $\tau = 0$ (d) $\tau \neq 0$

2. Which of the following is correct?

   (a) $\overline{b}^1 = \tau\overline{n}$ (b) $\overline{t}^1 = k\overline{n}$

   (c) $\overline{n}^1 = \tau\overline{b}$ (d) $\overline{b}^1 = \tau\overline{b} - k\overline{t}$

3. The centre of the osculating circle is $\overline{c} =$

(a) $\overline{r} + \rho\overline{t}$

(b) $\overline{r} - \rho\overline{n}$

(c) $\overline{r} + \rho\overline{n}$

(d) $\overline{r} - \rho\overline{t}$

4. If k is a constant, the centre of curvature and the centre of spherical curvature

(a) are distinct

(b) are not comparable

(c) coincide

(d) are not equal

5. The parametric curves $v =$ constant are called

(a) parallels

(b) meridians

(c) congruent curves

(d) helices

6. At an ordinary point on surface $\overline{r}_1 \times \overline{r}_2 =$

(a) $\overline{0}$ (b) $\overline{r}$

(c) $|\overline{r}_1 \times \overline{r}_2|$ (d) none

7. A characteristic property of geodesics is that at every point its principal normal is ________ to the surface.

(a) tangent (b) parallel

(c) normal (d) torsion

8. The expression for U and V satisfy

(a) $u'U + v'V = 0$ (b) $\dot{u}U + \dot{v}V = 0$

(c) $\dot{u}U + \dot{v}V = \frac{dT}{dt}$ (d) $\dot{u}U - \dot{v}V = \frac{dT}{dt}$

9. A curve with zero geodesic curvature is a

(a) circle (b) straight line

(c) geodesic (d) parabola

10. If k_a and k_b are two principal curvature at a point on a surface, then the mean curvature $\mu =$

(a) $k_a k_b$ (b) $\sqrt{k_a k_b}$

(c) $k_a + k_b$ (d) $\frac{k_a + k_b}{2}$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the length of the curve given as the intersection of the surfaces $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $x = a\cosh\frac{z}{a}$ from the point $(a, 0, 0)$ to the point (x, y, z).

Or

(b) Show that the equation of the osculating plane is $\left[\overline{R} - \overline{r}(0), \overline{r}'(0), \overline{r}''(0)\right] = 0$ where $\overline{r}'' \neq 0$.

12. (a) Derive the equation of an involute of a curve.

Or

(b) If C is the given curve and C_1 is the locus of its contras of spherical curvature, prove that the product of the torsions at the corresponding points is equal to the product of curvature.

13. (a) Prove that a proper parametric transformation either leaves every normal unchanged or reverses the direction of the normal.

Or

(b) Find the angle between the parametric curves.

14. (a) Find the differential equations for geodesics on the catenoid of revolution obtained by rotating the curve $\lambda = c\cosh\left(\frac{z}{c}\right)$ about the z-axis.

Or

(b) State and prove the normal property of geodesics.

15. (a) State and prove Meusnier's theorem.

Or

(b) State and prove Euler's theorem.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Derive Serret – Frenet formulae.

Or

(b) Find the curvature and torsion of a curve given as the intersection of two surfaces.

17. (a) Prove that a curve is a helix if and only if $\frac{k}{\tau}$ is a constant.

Or

(b) If the radius of spherical curvature is constant, prove that the curve either lies on a sphere or has constant curvature.

18. (a) Prove that the metric is invariant under a parametric transformation but the coefficients E, F, G are not invariant.

Or

(b) Show that on a right helicoid, the family of curves orthogonal to curves $u \cos v =$ constant is the family $\left(u^2 + a^2\right)\sin^2 v =$ constant.

19. (a) Derive the canonical geodesic equations $U = \frac{d}{ds}\left(\frac{\partial T}{\partial u'}\right) - \frac{\partial T}{\partial u} = 0$, $V = \frac{d}{ds}\left(\frac{\partial T}{\partial vu}\right) - \frac{\partial T}{\partial v} = 0$.

Or

(b) Prove that the curves of the family $\frac{v^3}{u^2} =$ constant are geodesics on a surface with the metric $v^2 du^2 - 2uvdudv + 2u^2 dv^2$, $(u > 0, v > 0)$.

20. (a) State and prove Robigus's formula.

Or

(b) State and prove Liouville's formula.

(6 pages) **Reg. No. : ....**

Code No. : 9134 **Sub. Code : PMAE 33**

M.Sc.(CBCS) DEGREE EXAMINATION,

NOVEMBER 2018.

Third Semester

Mathematics

Elective – FORMAL LANGUAGES AND AUTOMATA THEORY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL the questions.

Choose the correct answer :

1. Which denotes the regular expression and denotes the empty set

   (a) γ (b) θ

   (c) $\in$ (d) χ

2. Let r be a regular expression. Then there exists an NFA with $\in$-transition that accepts

   (a) L (b) L ($\in$)

   (c) R (l) (d) L (r)

3. There is an algorithm to determine if two automata are

   (a) efficient (b) infinite

   (c) finite (d) equivalent

4. If a class of operation closed under a particular Property is called

   (a) properties (b) Open Property

   (c) Clousure Property (d) Closed Property

5. S is a special variable and is called

   (a) start (b) strong

   (c) stable (d) stay

6. Which is a finite set of variables each of which represents a language

   (a) free grammar

   (b) context free grammar

   (c) context grammar

   (d) grammar

7. Q is a finite set of

   (a) qurries (b) language

   (c) states (d) grammar

8. $\sum$ is an alphabet called the

(a) input alphabet (b) stack alphabet

(c) output alphabet (d) null alphabet

9. CFL is closed under

(a) automorphism (b) homomorphism

(c) homeomorphism (d) Kernal

10. Which is not closed under complementation

(a) CFL (b) CLF

(c) LCF (d) CLFF

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that if L is accepted by a DFA, then L is denoted by a regular expression.

Or

(b) Define Regular expression and give suitable example.

12. (a) Prove that the regular sets are closed under intersection.

Or

(b) Prove that the class of regular sets is closed under homomorphisms and inverse homomorphisms.

13. (a) Define derivations and languages with suitable example.

Or

(b) Prove that every CFL without $\in$ is defined by a grammar with no useless symbols, $\in$-productions, or unit productions.

14. (a) If L is $N(M_1)$ for some PDA M_1, then prove that L is $L(M_2)$ for some PDA M_2.

Or

(b) If L is a context free language, then there exists a PDA M such that $L = N(M)$.

15. (a) Show that the metalinear languages are not closed under*.

Or

(b) Use CYK algorithm to determine weather 'aaaaa' are in the grammar.

PART C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Explain Finite automation with $\in$-moves.

Or

(b) Let L be a set accepted by a no deterministic finite automaton. Then prove that there exists a deterministic finite automaton that accepts L.

17. (a) Explain substitutions and homomorphisms.

Or

(b) Show that 2DFA with endmarks accept only regular sets by making use of closure property.

18. (a) Explain the relationship between derivation trees and derivations.

Or

(b) Explain simplifications of context free grammar.

19. (a) Explain Pushdown automation with suitable examples.

Or

(b) Explain moves with examples.

20. (a) Show that the set of strings with an equal number of a's and b's is a CFL that is not a metalinear languages.

Or

(b) Show that the linear languages are not closed under*.

(6 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9123 **Sub. Code : PMAM 25**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018

Second Semester

Mathematics

GRAPH THEORY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. A connected graph on 10 vertices contains atleast _____________ edges.

   (a) 10

   (b) $10C_2$

   (c) 9

   (d) 6

2. A block contains no ____________

   (a) Cut vertex

   (b) Bridge

   (c) Both (a) and (b)

   (d) Either (a) or (b)

3. Which of the following is not Eulerian?

   (a) C_{2n} (b) K_{2n}

   (c) K_{2n+1} (d) $K_{4,4}$

4. If G is hamiltonian then for every non empty proper subset S of V, $\omega(G-S)$ ____________

   (a) $\leq |S|$ (b) $= |S|$

   (c) $\geq |S|$ (d) $\neq |S|$

5. Perfect matching is found in ____________

   (a) K_5 (b) C_7

   (c) Peterson graph (d) $K_{1,5}$

6. If G is bipartite, then $\chi' =$ _____________

(a) 2 (b) Δ

(c) $\Delta + 1$ (d) $\delta + 1$

7. A subset S of V such that $G(S)$ is complete is called _____________

(a) Matching (b) Covering

(c) Independent (d) Clique

8. $r = (3, 4) =$ _____________

(a) 3 (b) 6

(c) 9 (d) 4

9. Every critical graph is a _____________

(a) Complete (b) Clique

(c) A block (d) Bipartite

10. If G is empty, then $\pi_k(G) =$ _____________

(a) $k(k-1).....(k-v+1)$

(b) k^v

(c) k^2

(d) $\tau(G)$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Show that for a tree G, $\in = \upsilon - 1$.

Or

(b) Prove that $K \leq K' \leq \delta$

12. (a) Prove : A connected graph has an Euler trial if and only if it has at most two vertices of odd degree.

Or

(b) Show that closure of a graph is well defined.

13. (a) Prove that in a bipartie graph, the number of edges in a maximum matching is equal to the number of vertices in a minimum covering.

Or

(b) For a connected graph G other than an odd cycle, show that G has a 2–edge colouring in which both colours are represented at each vertex of degree atleast two.

14. (a) (i) Show that $r(k,l) \leq \begin{pmatrix} k+l & -2 \\ k & -1 \end{pmatrix}$

(ii) Prove the $\alpha + \beta = \upsilon$

Or

(b) Prove that if a simple graph contains no $K_{m+1,}$ then $\varepsilon(G) \leq \varepsilon(T_{m,\upsilon})$. Also show that $\varepsilon(G) = \varepsilon(T_{m,\upsilon})$ only if $G \cong T_{m,\upsilon}$

15. (a) Show that in a critical graph, no vertex cut is a clique.

Or

(b) In a simple graph G, prove that $\pi_k(G) = \pi_k(G-e) - \pi_k(G-e)$ for any edge e of G.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Prove that $\tau(K_n) = n^{n-2}$.

Or

(b) Show that $H_{m,n}$ is $m-$ connected.

17. (a) For a connected graph G, prove that G is Eulerian if and only if it has no vertices of odd degree.

Or

(b) If G is a simple graph with $\upsilon \geq 3$ and $\delta \geq \upsilon/2$, then show that G is hamiltonian.

18. (a) State and prove Hall's marriage theorem.

Or

(b) State and Prove Vizing's theorem.

19. (a) Show that $r(k, k) \geq 2^{k/2}$.

Or

(b) State and Prove Erdos' theorem, which is required to prove Turan's theorem.

20. (a) State and Prove Brook's theorem.

Or

(b) For any positive integer k, prove that there exists a $k-$chromatic graph containing no triangle.

(7 pages) **Reg. No. : ....**

Code No. : 9127 **Sub. Code : PMAM 31**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Third Semester

Mathematics

MEASURE AND INTEGRATION

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If A is the set of irrational numbers in the interval $[0, 1]$ then $m^*(A)$ is

   (a) 0

   (b) 1

   (c) ∞

   (d) ϕ

2. Which one of the following is not true?

(a) the outer measure is defined for all sets of real numbers

(b) the outer measure of an interval is its length

(c) the outer measure is countably additive

(d) the outer measure is translation invariant

3. $\{x \in E / \max\ \{f_1, f_2, \ldots f_n\} / x) > c\}$ is

(a) $\max\limits_{1 \le k \le n} \{x \in E / f_k(x) > c\}$

(b) $\bigcap\limits_{k=1}^{n} \{x \in E / f_k(x) > c\}$

(c) $\bigcup\limits_{k=1}^{n} \{x \in E / f_k(x) > c\}$

(d) $\sum\limits_{k=1}^{n} \{x \in E / f_k(x) > c\}$

4. $|f|(x)$ is defined by

(a) $|f|(x) = \min\{f(x), -f(x)\}$

(b) $|f| f(x) = \max\{f(x), 0\}$

(c) $|f|(x) = \max\{-f(x), 0\}$

(d) $|f|(x) = \max\{f(x) - f(x)\}$

5. Define f on $[0, 1]$ by setting $f(x)=1$ if $x \in Q$ and $f(x)=0$ if $x \in R-Q$. Let P be any partition of $[0, 1]$. Then $L(f, P)-U(f, P)$ is

(a) 1 (b) 0

(c) –1 (d) 2

6. Support of a function f is defined by

(a) $\{x \in E/f(x) \neq 0\}$ (b) $\{x \in E/f(x) = 0\}$

(c) $\{x \in E/f(x) < \infty\}$ (d) $\{x \in E/f(x) = \infty\}$

7. If $\{E_n\}$ is an ascending countable collection of measurable subsets of E and if f is integrable over E then $\left\{\int_{E_n} f\right\}$ converges to

(a) 0 (b) $\int_{\bigcup_n E_n} f$

(c) $\int_{\bigcap_n E_n} f$ (d) $\int_E f$

8. "If the function f is monotone on (a,b) then it is differentiable almost everywhere on (a,b)"– This theorem is known as

(a) Jordan's theorem

(b) Lebesgue's theorem

(c) Vitali's theorem

(d) Dominated convergence theorem

9. Which one of the following is not true

(a) Absolutely continuous functions are continuous

(b) Linear combinations of absolutely continuous functions are absolutely continuous

(c) Composition of absolutely continuous functions is absolutely continuous

(d) A function f on $[a, b]$ is absolutely continuous if and only if it is an indefinite integral over $[a, b]$

10. The measure $|\gamma|$ is defined by

(a) $|\gamma|(E) = \gamma^{+}(E) - \gamma^{-}(E)$

(b) $|\gamma|(E) = \gamma^{-}(E) - \gamma^{+}(E)$

(c) $|\gamma|(E) = \gamma^{+}(E) + \gamma^{-}(E)$

(d) $|\gamma|(E) = \max\{\gamma^{+}(E), \gamma^{-}(E)\}$ for all $E \in M$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that if $m^*(A) = 0$ then $m^*(A \cup B) = m^*(B)$.

Or

(b) Prove that the union of a finite collection of measurable sets is measurable.

12. (a) Prove that the product of measurable functions is measurable.

Or

(b) State and prove the simple approximation lemma.

13. (a) Let $\{f_n\}$ be a sequence of bounded measurable functions on a set of finite measure E. If $\{f_n\} \to f$ uniformly on E, prove that $\lim_{n \to \alpha} \int_E f_n = \int_E f$.

Or

(b) Let f be a non negative measurable function on E. Prove that $\int_E f = 0$ if and only if $f = 0$ a.e. on E.

14. (a) Let f be integrable over E and $\{E_n\}_{n=1}^{\alpha}$ a disjoint countable collection of measurable subsets of E whose union is E. Prove that $\int_E f = \sum_{n=1}^{\alpha} \int_{E_n} f$.

Or

(b) Let C be a countable subset of (a, b). Then prove that there is an increasing function on (a, b) that is continuous at the points in $(a, b) \vee c$.

15. (a) Prove that a function f on $[a,b]$ is absolutely continuous on $[a, b]$ if and only if it is an indefinite integral over $[a,b]$.

Or

(b) State and prove the Borel-Cantelli lemma on a measure space $(X, \mathcal{M}, \mu)$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Show that the outer measure of an interval is its length.

Or

(b) Let E be a measurable set of finite outer measure. Prove that for each $\varepsilon > 0$, there is a finite disjoint collection of open intervals $\{I_k\}_{k=1}$ for which if $0 = \bigcup_{k=1}^{n} I_k$, then $m^{\alpha}(E \sim 0) + m^{\alpha}(0 \sim E) < \varepsilon$.

17. (a) State and prove Egoroff's theorem.

Or

(b) State and prove Lusin's theorem.

18. (a) State and prove the bounded convergence theorem.

Or

(b) Let f and g be non negative measurable functions on E. For any $\alpha > 0$ and $\beta > 0$, prove that $\int_E (\alpha f + \beta g) = \alpha \int_E f + \beta \int_E g$. Also prove that $\int_E f \le \int_E g$ if $f \le g$ on E.

19. (a) State and prove the Lebesgue dominated convergence theorem.

Or

(b) State and prove the Vitali covering lemma.

20. (a) Let the function f be absolutely continuous on $[a,b]$ prove that f is the difference of increasing absolutely continuous functions and is of bounded variation.

Or

(b) State and prove the Hahn decomposition theorem.

(8 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9118 **Sub. Code : PMAM 15**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

First Semester

Mathematics

NUMERICAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Stirling's formula is the average of

   (a) Newton's forward and Newton's backward interpolation formula

   (b) Gauss forward Gauss backward interpolation formula

   (c) Both (a) and (b) are true

   (d) None

2. Stirling formula is used for the values of p lying between

(a) -1 and 1 (b) $-\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{2}$

(c) 0 and 1 (d) none

3. $$\frac{1}{h}\left[\left(\frac{\Delta y_0 + \Delta y_{-1}}{2}\right) - \frac{1}{6}\left(\frac{\Delta^3 y_{-1} + \Delta^3 y_{-2}}{2}\right) + \frac{1}{30}\left(\frac{\Delta^5 y_{-2} + \Delta^5 y_{-3}}{2}\right) + \cdots\right]$$

is a formula for

(a) $\left.\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_o}$ (b) $\left.\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}$

(c) $\left.\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_0+ph}$ (d) none

4. $\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0}$ is

(a) $\frac{1}{h^2}\left[\Delta^2 y_0 - \Delta^3 y_0 + \frac{11}{12}\Delta^4 y_0 - \dots\right]$

(b) $\frac{1}{h^2}\left[\Delta^2 y_0 + \Delta^3 y_0 + \frac{11}{12}\Delta^4 y_0 + \cdots\right]$

(c) $\frac{1}{h}\left[\Delta y_0 + \Delta^2 y_0 + \Delta^3 y_0 + \Delta^4 y_0 + \dots\right]$

(d) none

5. The error in Simpson's formula is of order

(a) h^2 (b) h^4

(c) h^6 (d) none

6. Romberg's formula is

(a) $I = I_2 + \frac{I_2 - I_1}{3}$ (b) $I = I_1 + \frac{I_1 - I_3}{3}$

(c) $I = I_0 + \frac{I_1 - I_2}{3}$ (d) $I = I_0 + \frac{I_1 + I_2}{2}$

7. $y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) n = 0,1,2,3\ldots$ is

(a) Picards interaction formula

(b) Euler's formula

(c) Taylor's method

(d) None

8. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}, y(1) = 1$ then $y(1 \cdot 1)$ is

(a) 0 (b) 1.1

(c) 1 (d) none

9. $y_{n+1}, C = y_0 + \frac{h}{24} \quad [9\, y'_{n+1} + 19 y'_n - 5 y'_{n-1} + y'_{n-2}]$

represents

(a) Milnes corrector formula

(b) Adam-Bashforth corrector formula

(c) Both (a) and (b)

(d) None

10. For solving differential equation in Milne's predictor formula the required number of initial values are

(a) 4 (b) 3

(c) 2 (d) 1

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) From the table find $y(5)$ using Bessel's formula.

x :	0	4	8	2
$y(x)$:	143	158	177	199

Or

(b) Apply Lagrange's formula to find U_2 from the data $U_0 = 2, U_1 = 5, U_3 = 29, U_7 = -19$.

12. (a) Given $U_0 = 5, U_1 = 15, U_2 = 57$ and $\frac{dU}{dx} = 4$ at $x = 0$ and 72 at $x = 2$. Find $\Delta^3 U_0$ and $\Delta^4 U_0$.

Or

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 51$ from the following data :

x :	50	60	70	80	90
y :	19.96	36.65	58.81	77.21	94.61

13. (a) $\int_{-3}^{3} x^4 dx$ by using Trapzoida rule by dividing the range into 6 equal parts.

Or

(b) Evaluate $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ by dividing the range into four equal parts.

14. (a) Using Taylor's method find $y(0.1)$ correct to 3 decimal places from $\frac{dy}{dx} + 2xy = 1$, $y_0 = 0$.

Or

(b) Solve $\frac{dy}{dx} = 1 - y, y(0) = 0$ using Euler's method. Find y at $x = 0.1$ and 0.2.

15. (a) Using Milne's Predictor corrector method find $y(0.4)$ for the differential equation $\frac{dy}{dx} = 1 + xy, y(0) = 2$.

Or

(b) Evaluate $y(1.4)$ given that $y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}$ and $y(1) = 1$, $y(1 \cdot 1) = 0.996, y(1 \cdot 2) = 0.986$ $y(1.3) = 0.972$ by using Adam's Predictor Corrector.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Derive Laplace-Everett's formula.

Or

(b) Find the Hermite's interpolation polynomial for the following data :

x	0	1	2
$f(x)$	1	0	9
$f'(x)$	0	0	24

17. (a) Derive an expression for $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = x_0$ by using Newton's forward difference formula.

Or

(b) Find the first and second derivative of y at $x = 0.6$.

x :	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
y :	1.58	1.8	2.01	2.33	2.65

18. (a) Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ using :

(i) Trapezoidal rule

(ii) Simpson's one third rule

Compare the results with actual integration.

Or

(b) Evaluate $\int_1^2 \int_1^2 \frac{1}{x+y}\, dx\, dy$ using Trapezoidal rule with $h = k = 0.25$.

19. (a) Using Runge-Kutta method of fourth order find $y(0.1), y(0.2)$ and $y(0.3)$ given that $\frac{dy}{dx} = 1 + xy$; $y(0) = 2$.

Or

(b) Given $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}$, $y(1) = 1$. Evaluate $y(1.3)$ by modified Euler's method.

20. (a) Explain Milnes method.

Or

(b) Using Adams Bashforth method, determine $y(1.4)$ given that $y' = x^2 y = x^2$, $y(1) = 1$. Obtain the starting values from Euler's method.

———————

Reg. No. : ....

Code No. : 9130 Sub. Code : PMAM 34

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Third Semester

Mathematics

OPERATIONS RESEARCH

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. The current basic solution of the transportation problem is optimal if

   (a) one $z_{ij} - e_{ij} \leq 0$ (b) all $z_{ij} - e_{ij} \leq 0$

   (c) one $z_{ij} - e_{ij} > 0$ (d) all $z_{ij} - e_{ij} > 0$

2. Which of the following European country is associated with the assignment problem

(a) Norway (b) Hungary

(c) Sweedan (d) Greek

3. A circuit is a loop in which all the branches are oriented in the ————

(a) Opposite direct (b) Same direction

(c) Both direction (d) None

4. Total float of an activity is TF_{ij} = ————

(a) $LC_j - ES_i - D_{ij}$ (b) $LC_j + ES_i - D_{ij}$

(c) $LC_j - ES_i + D_{ij}$ (d) None

5. Which one of the following is IP

(a) Zero - one (b) Mixed zero - one

(c) Pure integer (d) Mixed

6. Additive algorithms required presenting the 0 – 1 problem in a convenient form that satisfies ———— requirements.

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) None

7. EOQ model lead time is

(a) zero (b) one hour

(c) one year (d) none

8. In constant rate demand with instantaneous replenishment and no shortage model $Y^* =$ ———

(a) $\frac{DK}{Y} + \frac{YK}{2}$ (b) $\sqrt{\frac{2DK}{h}}$

(c) $\frac{Yh}{2}$ (d) $\sqrt{2DKh}$

9. The expected waiting time in the model $(M/M/1):(G_D/\infty/\infty)$ is

(a) $\frac{\rho}{1-\rho}$ (b) $\frac{1}{\mu(1-\rho)}$

(c) $\frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$ (d) $\frac{\rho^2}{1-\rho}$

10. In $(M/M/1):(G_D/\infty/\infty)$ model $P_0 =$ ————

(a) $1-\rho$ (b) ρ

(c) $\frac{1}{\mu}$ (d) $\lambda\mu$

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

11. (a) Describe Vogel's approximation method.

Or

(b) Solve the assignment problem.

\$3	\$8	\$2	\$10	\$3
\$8	\$7	\$2	\$9	\$7
\$6	\$4	\$2	\$7	\$5
\$8	\$4	\$2	\$3	\$5
\$9	\$10	\$6	\$9	\$10

12. (a) Write the Dijkstra's algorithm.

Or

(b) Discuss the maximal flow algorithm.

13. (a) Write the branch and bound algorithm.

Or

(b) Convert the following 0 – 1 problem to satisfy the starting requirements of the additive algorithm.

Maximize $z = 2x_1 - 3x_2$

Subject to

$$x_1 + x_2 = 3$$
$$2x_1 + 5x_2 \geq 10$$
$$x_1, x_2 = (0,1)$$

14. (a) An item is consumed at the rate of 30 items per day. The holding cost per unit per day is \$ .05 and the set up cost in \$ 100. Suppose that no shortage is allowed and that the purchasing cost per unit is \$ 10 for any quantity not exceeding 500 units and \$ 8 otherwise. Determine the optimal inventory policy given a 21 – day lead time.

Or

(b) A music store sells a best – selling compact disc. The daily demand for the dise in approximately normally distributed with mean 200 disen and a standard deviation of 20 dise. The cost of keeping the dise in the store is \$ .04 per dise per day. It cost the store \$ 100 to place a new order. The supplier normally specifies a 7-day lead time for delivery. Assuming that the store wants so limit the probability of running out of dise during the lead time to no more than .02, determine the stores optimal inventory policy.

15. (a) Prove that the mean and variance of the Poisson distribution during an interval t equal to λt, where λ is the arrival rate.

Or

(b) (i) For the $(M/M/1):(GD/\infty/\infty)$ show that the expected number in the queue given that the queue is not empty $= \dfrac{1}{1-\rho}$.

(ii) The expected waiting time in the queue for those who must wait $= \dfrac{1}{(\mu-\lambda)}$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

16. (a) Solve the transportation model.

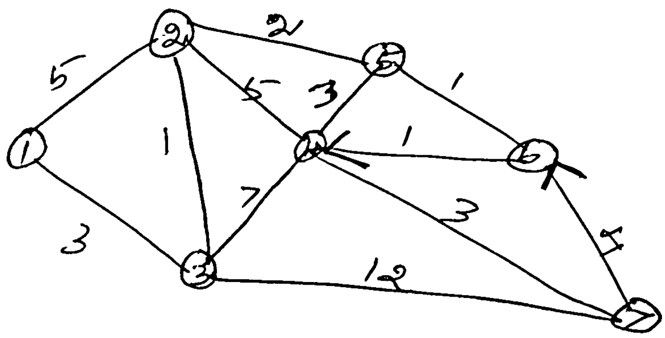
$				
	0	4	2	8
	2	3	4	5
	1	2	0	6
	7	6	6	

Or

(b) Solve the assignment model.

3	9	2	3	7
6	1	5	6	6
9	4	7	10	3
2	5	4	2	1
9	6	2	4	5

17. (a) Determine the shortest route from node 1 to node 7 using Floyd's algorithms in the following network.



Or

(b) Discuss the computations of critical path method.

18. (a) Solve the following using additive algorithm.

Minimize $z = 2x + 4x_2 + 6x_2$

Subject to

$$8x_1 - 4x_2 - x_2 \geq 5$$
$$6x_1 - 3x_2 - 2x_3 \geq 2$$
$$-2x_1 + 9x_2 + 7x_3 \geq 4$$
$$x_1, x_2, x_3 = (0, 1)$$

Or

(b) Solve the following using fractional cut.

Maximize $z = 7x_1 + 10x_2$

Subject to

$$-x_1 + 3x_2 \leq 6$$
$$7x_1 + x_2 \leq 35$$

$x_1, x_2 \geq 0$ and integer.

19. (a) The following data describe four inventory items. The company wishes to determine the economic order quantity for each of the four items such that the total number of orders per year (365 days) is atmost 150.

Item	K_i \$	D_i units/d	h_i
1	100	10	.1
2	50	20	.2
3	90	5	.2
4	20	10	.1

Or

(b) Electro uses resin in its manufacturing process at the rate of 1000 gallons per month. If cost electro \$ 100 to place an order for a new shipment. The holding cost per gallon per month is \$ 2 and the shortage cost per gallon is \$ 10. Historical data show that the demand during lead time is uniform over the range (0, 100) gallons determine the optimal ordering policy for electro.

20. (a) Explain $(M/M/C):(GD/N/\infty)$, $C \le N$.

Or

(b) Patients arrive at a clinic according to a Poisson distribution at the rate of 20 patients per hour. The waiting room does not accommodate more than 14 patients. Examination time per patients is exponential with mean of 8 minutes.

(i) What is the probability that an arriving patient will not wait?

(ii) What is the probability that an arriving patient will find a vacant seat in the room?

(iii) What is the expected waiting time until a patient leave the clinic?

(7 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9117 **Sub. Code : PMAM 14**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

First Semester

Mathematics

ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

Choose the correct answer :

1. If y_1 and y_2 are two solutions then $w(y_1, y_2)=$

   (a) $y_1 y_2 - y_2 y_1'$

   (b) $y_1 y_2' - y_2 y_1'$

   (c) $y_2 y_1' - y_1 y_2'$

   (d) None

2. If y_1 and y_2 are two linearly dependent solution of $y'' + P(x)\,y' + Q(x)\,y = 0$ then W is

(a) Identically zero (b) Never zero

(c) ce^{-spdx} (d) None

3. An infinite series of the form $a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_6)^2 + ...$ is called a power series in ——————

(a) x (b) x_0

(c) $x - x_0$ (d) None

4. The equation $(1 - x^2)\,y'' - xy' + p^2 y = 0$ where P is a constant is known as

(a) Hermite equation

(b) Legendre equation

(c) Chebyshev's equation

(d) Airy's equation

5. The singular point of $x^2 y'' + 2xy' - 2y = 0$ is

(a) 1 (b) ∞

(c) 0 (d) –1

6. In Legendre polynomials $P_0(x)$ is

(a) 0 (b) 1

(c) x (d) None

7. The value of $\Gamma(y/2) =$ ____________

(a) π (b) $\sqrt{\pi}$

(c) 2π (d) None

8. The Bessel function of the first kind of order P is

(a) J_p (b) J_{-p}

(c) J_p and J_{-p} (d) None

9. $W(t) = \begin{vmatrix} e^{3t} & e^{2t} \\ e^{3t} & 2e^{2t} \end{vmatrix} =$

(a) e^{-5t} (b) e^{5t}

(c) $\frac{e^{5t}}{2}$ (d) $\frac{e^{-5t}}{2}$

10. By solving the linear system using auxillary equations . If m_1 and m_2 are equal real numbers then the roots are ____________

(a) not linearly independent

(b) linearly independent

(c) same

(d) none

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) If $y_1(x)$ and $y_2(x)$ are two solutions of the equation $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$ on $[a,b]$. Then they are linearly dependent on this interval if and only if their Wronskian is identically zero.

Or

(b) Find the general solution of $y'' - x\,f(x)\,y' + f(x)\,y = 0$.

12. (a) Find a power series solution of the differential equation $y' + y = 1$.

Or

(b) Find the general solution of the equation $y'' + y = 0$ in the form of $y = a_0 y_1(x) + a_1 y_2(x)$ where $y_1(x)$ and $y_2(x)$ are power series.

13. (a) Find the nature of the point $x = 0$ in the following equation $xy'' + (\sin x)\,y = 0$.

Or

(b) If $\dfrac{1}{\sqrt{1-2x++t^2}} = p_0(x) + p_1(x)\,t + p_2(x)t^2 + ...$

$+\, p_n(x)\,t^n + ...$ find $p_n(1)$ and $p_n(-1)$.

14. (a) Show that $\Gamma\frac{1}{2} = \sqrt{\pi}$.

Or

(b) Express $J_2(x), J_3(x)$ interms of $J_0(x)$ and $J_1(x)$.

15. (a) Show that $x = 2e^{4t}, y = 3e^{4t}$ and $x = e^{-t}, y = \left(-e^{-t}\right)$ are solutions of the homogeneous system $\frac{dx}{dt} = x + 2y$, $\frac{dy}{dt} = 3x + 2y$.

Or

(b) Find the general solutions of $\frac{dx}{dt} = x + y$, $\frac{dy}{dt} = 4x - 2y$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Show that $y = c_1 e^{2x} + c_2 x_e^{2x}$ is the general solution of $y'' - 4y' + 4y = 0$ on any interval.

Or

(b) Verify that are solution of $xy'' - (2x+1)\,y' + (x+1)\,y = 0$ is given by $y_1 = e^x$ and find its general solution.

17. (a) Express $\sin^7(x)$ in the terms of a power series $\Sigma an\ x^n$ by solving $y' = (1-x^2)^{-1/2}$ in two ways. Use this result so obtain the formula.

$$\frac{\pi}{b} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{3.2^3} + \frac{1.3}{2.4}.\frac{1}{5.2^5} + ...$$

Or

(b) Find the general solution of $(1+x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0$ in terms of power series in x. Can you express this solution by means of elementary functions.

18. (a) Find the two independent Frobonius solutions of the differential equation $2x^2y'' + x(2x+1)y' - y = 0$.

Or

(b) Show that $p_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}[x^2-1]^n$.

19. (a) Prove that

(i) $\left(n+\frac{1}{2}\right)! = \frac{(2n+1)!}{2^{2n+1}\ n!}\sqrt{\pi}$

(ii) $\left(n-\frac{1}{2}\right)! = \frac{2n\,!}{2^{2n}\ n!}\sqrt{\pi}$.

Or

(b) Prove that

(i) $\frac{d}{dx}\left[x^{tp} J_p(x)\right] = x^p J_{p-1}(x)$

(ii) $\frac{d}{dx}\left[x^{-p} J_p(x)\right] = \left[-x^{-p} J_{p+1}(x)\right]$.

Hence deduce that

(1) $2J_p'(x) = J_{p-1}(x) - J_{p+1}(x)$

(2) $\frac{2p}{x} J_p(x) = J_{p-1}(x) + J_{p+1}(x)$.

20. (a) If $W(t)$ is the Wranskian of the two solutions $x = x_1(t), y = y_1(t)$ and $x = x_2(t)$, $y = y_2(t)$ of the homogeneous system $\frac{dx}{dt} = a_1(t)x + b_1(t)y_1$, $\frac{dy}{dt} = a_2(t)x + b_2(t)y$. Then $W(t)$ is either identify zero or no where zero on $[a, b]$.

Or

(b) Find the general solution of the system $\frac{dx}{dt} = 4x - 2y, \frac{dy}{dt} = 5x + 2y$.

(8 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9126 **Sub. Code : PMAE 23**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Second Semester

Mathematics

Elective — PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. A Pfaffian differential equation in two variables always posseses

   (a) direction ratio

   (b) an integrating factor

   (c) direction cosines

   (d) none of these

2. The direction cosines of the tangent to the curve $x = x(s),\ y = y(s),\ Z = Z(s)$ at the point $p(x, y, z)$ are

(a) $\left(\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds}\right)$

(b) $(dx,\ dy, dz)$

(c) $(x, y,\ z)$

(d) $(xdx, ydy,\ zdz)$

3. The equation $x^2 + y^2(z-c)^2 = a^2$ represents

(a) The set of all spheres whose centre's lie along the x – axis

(b) The set of all spheres whose centre's lie along the z – axis

(c) The set of all spheres whose centre's lie along the y – axis

(d) none of these

4. The p.d.e of $z = (x+a)\ (y+b)$ is

(a) $z = pq$ (b) $z^2 = pq$

(c) $z = p^2q^2$ (d) $z = 0$

5. Along every characteristic strip of the equation $F(x, y, z, p, q) = 0$ then the function $F(x, y, z, p, q)$ is

(a) a constant

(b) a strip

(c) non constant

(d) characteristic strip

6. J is defined by

(a) $J = \frac{\partial(f,g)}{\partial(p,q)}$

(b) $J = \frac{\partial(f,g)}{\partial(q,q)}$

(c) $J = \frac{\partial(f,g)}{\partial(x,q)}$

(d) $J = \frac{\partial(f,g)}{\partial(y,q)}$

7. The telegraphy equation is

(a) $\frac{\partial\varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial\varphi}{\partial t}$

(b) $\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \frac{1\partial\varphi}{k\,\partial t}$

(c) $\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial\varphi}{\partial t}$

(d) $k = \frac{\partial\varphi}{\partial t}$

8. The Poisson equation is

(a) $\nabla^2\varphi - 4\pi\rho$

(b) $\nabla^2\varphi + 4$

(c) $\nabla^2 + 4\pi$

(d) $\nabla^2\varphi + 4\pi\rho$

9. The surface $\varphi = 0$ is called

(a) paraboloid

(b) unique surface

(c) characteristics surface

(d) none

10. If the matrix a_{ij} is singular then the equation $L(u) = \sum_{ij}^{3} a_{ij} p_{ij} + \sum_{i=1}^{3} b_i p_i + c(u)$ is said to be

(a) elliptic (b) parabolic

(c) conic (d) none

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer the following choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the integral curves of the equation

$$\frac{dx}{y(x+y+az)} = \frac{dy}{x(x+y)-az} = \frac{dz}{z(x+y)}.$$

Or

(b) Prove that a pfaffian differential equation in two variables always possesses an integrating factor.

12. (a) Eliminating the arbitrary function from the equation $z = x + y + f(xy)$.

Or

(b) Find the general integral of the equation $y^2 p - xyq = x(z - 2y)$.

13. (a) Find the complete integral or the equation $(p + q)(z - px + yq) = 1$.

Or

(b) Find the complete integral of the equation $p^2 q^2 + x^2 y^2 = x^2 q^2 (x^2 + y^2)$.

14. (a) If $u = f(x + iy) + g(x - iy)$ where the functions f & g are arbitrary then show that $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

Or

(b) If u is the complementary function and z_1 a particular integral of a linear partial differential equation then $u + z_1$ is a general solution of the equation.

15. (a) Classify the equation $u_{xx} + u_{yy} = u_{zz}$.

Or

(b) Classify the equation

$u_{xx} + 2u_{yy} + u_{zz} = 2u_{xy} + 2u_{yz}$.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer the following, choosing either (a) or (b).

16. (a) Find the orthogonal trajectories on the cone $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \alpha$ of its intersections with the family of the planes parallel to $z = 0$.

Or

(b) A necessary and sufficient condition that there exists between two functions $u(x, y)$ & $v(x, y)$ a relation $f(u, v) = 0$ not involving x or y explicitly is that $\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} = 0$.

17. (a) Find the general integral of the equation $px(x + y) = qy(x + y) - (x - y)(2x + 2y + z)$.

Or

(b) Find the integral surface of the linear partial differential equation $(x - y) y^2 p + (y - x) x^2 q = (x^2 + y^2) z$ passing through the curve $xz = a^3$ and $y = 0$.

18. (a) Find the complete integral of $xp + 3yq = 2(z - x^2 q^2)$.

Or

(b) Find the complete integral of he equation $p^2 y(1 + x^2) = qx^2$ by using clairauts method.

19. (a) Find the solution of the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x - y$.

Or

(b) If $F(D, D') = (\alpha_r D + \beta_r D' + \gamma_r)^2$ then if $\alpha_r \neq 0$, $\alpha_r \neq 0$,

$$z = \frac{1}{\alpha_r}\{x\varphi_r(\beta_r x - a\alpha_r y) + \psi_r(\beta_r x - \alpha_r y)\, e\frac{-\gamma_r x}{\alpha_r}$$

where φ_r and ψ_r are arbitrary functions is a solution of $F(D, D')Z = 0$.

20. (a) Solve the wave equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$.

Or

(b) Show that if the two dimensional harmonic equation $\nabla_1^2 = 0$ is transformed to plane polar coordinates r and θ defined by $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ it takes the form $\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 0$.

(7 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9124 **Sub. Code : PMAE 21**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Second Semester

Mathematics

Elective — PROGRAMMING WITH C++

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Which of the following declaration is wrong?

   (a) long char *x* (b) long int *x*

   (c) long float *x* (d) long double *x*

2. A variable name cannot start with ————

   (a) a digit (b) an alphabet

   (c) an underscore (d) an upper case letter

3. By default members of a class are ————

   (a) private

   (b) public

   (c) protected

   (d) none of the above

4. Which of the following is an example for default arguments?

   (a) float sum (int x, int y)

   (b) float sum (5, 4)

   (c) float sum (int x, int $y = 4$) ;

   (d) float sum (int $x = 5$, int y)

5. Unary operators overloaded by using a member function, the number of arguments are

   (a) 2 (b) 1

   (c) 0 (d) None of the above

6. By using a friend function, which of the following operator cannot be overloaded

   (a) / (b) \

   (c) = (d) !

7. An abstract class is a ——————

   (a) base class

   (b) derived class

   (c) class which cannot he inherited

   (d) none

8. A class is declared as virtual for ——————

   (a) single inheritance

   (b) multiple inheritance

   (c) multilevel inheritance

   (d) hybrid inheritance.

9. The meaning of the parameter ios::noreplace is ——————

   (a) open fails if the file already exists

   (b) open fails if the file does not exists

   (c) delete the contents of the file

   (d) none

10. What will he the output of the following statement?

    cout.precision(3); cout <<2.24052;

    (a) 2.240 (b) 2.241

    (c) 2.24 (d) 2.24052

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Write a program to calculate the variance and standard deviation of N numbers.

$$\text{Variance} = \frac{1}{N}\sum_{1}^{N}(x_i - \overline{x})^2$$

$$\text{Standard deviation} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$

$$\text{Where } \overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{1}^{N} x_i$$

Or

(b) Explain symbolic constant enum.

12. (a) Write a function power( ) to raise a number m to a power n. The function takes a double value for m and int value for n and returns the value correctly. Use a default value of 2 for n to make the function to calculate squares when this argument is omitted. Write a main( ) that gets the value of m and n from the user to test the function.

Or

(b) Define a friend function. Write its special characteristics.

13. (a) Explain constructors and their special properties.

Or

(b) Write a program to over load unary minus.

14. (a) Explain virtual base class and abstract class.

Or

(b) Write a program for multilevel inheritance.

15. (a) Explain with example the functions (i) get( ) (ii) put( ) (iii) getline( ).

Or

(b) Write a program which reads a text from the key board and displays the following information on the screen in two columns.

(i) Number of lines

(ii) Number of words

(iii) Number of characters

(iv) Number of sentences.

Strings should be left justified and numbers should be right justified in a suitable fieldwidth.

SECTION C — (5 × 8 = 40)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Explain memory management operators new and delete and their advantages over malloc( ).

Or

(b) An election is contested by five candidates. The candidates are numbered 1 to 5 and the voting is done by marking the candidate number on the ballot paper. Write a program to read the ballots and count the votes cast for each candidate using an array variable count. In case a number read is outside the range 1 to 5, the ballot should be considered as a spoilt ballot and the program should also count the number of spoilt ballots.

17. (a) Explain function over loading.

Or

(b) Write a class to represent a vector (a series of float values). Include member functions to perform the following tasks.

(i) To create the vector.

(ii) To modify the value of a given element.

(iii) To multiply by a scalar value.

(iv) To display the vector in the form (10, 20, 30,....)

Write a program to test your class.

18. (a) What do you mean by type conversion? Explain three types of conversions.

Or

(b) Create a class MAT of size $m \times n$. Define all possible matrix operations for MAT type objects.

19. (a) Write the syntax for a derived constructor and write a program to illustrate this.

Or

(b) Run time polymorphism — Explain.

20. (a) What is command line arguments? Explain it with a program.

Or

(b) A file contains a list of telephone numbers in the following form.

John 9254328790

Rachel 9087654321

....

....

The names contain only one word and the names and telephone numbers are separated by white spaces. Write a program to read the file and output the list in two columns. The names should be left justified and the numbers right justified.

(6 pages) **Reg. No. :** ....

Code No. : 9131 **Sub. Code : PMAM 35**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Third Semester

Mathematics

RESEARCH METHODOLOGY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. The role written requirement for the Ph D degree is a

   (a) Synopsis

   (b) Dissertation

   (c) Thesis

   (d) Guide

2. List of contents is usually followed by

   (a) Introduction

   (b) List of publications

   (c) List of abbreviations

   (d) References

3. The ———— for research explains why you decided to emark on you research project.

   (a) Guide (b) Motivation

   (c) Problem (d) Title

4. A summary of the essential elements of a research project is

   (a) the main problem (b) abstract

   (c) proposal (d) synopsis

5. If $e^{3t} + 8t^2$ is the mgf of a random variable X, then the variance of X is

   (a) 3 (b) 8

   (c) 16 (d) 4

6. The variance of a gamma distribution with parameters $\alpha = 2$ and $\beta = 3$ is

   (a) 6 (b) 5

   (c) 12 (d) 18

7. If T follows a t distribution and $P(-b < T < b) = 0.90$, then $b =$ ————, provided the degrees of freedom = 14.

(a) 0.95 (b) 1.90

(c) 1.761 (d) None

8. If $f(x) = \begin{cases} cx(3-x)^4, & 0 < x < 3, \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ is a pdf, then $c =$

(a) 0.0525 (b) 0.0412

(c) 0.125 (d) 0.325

9. If $X_i(i = 1,2,...n)$ donote a random sample from $n(\mu, \sigma^2)$, then $Y = \sum_1^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^2$ has ———— distribution.

(a) normal (b) beta

(c) chi-square (d) Cauchy

10. $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i - n\mu}{\sigma(n)} =$

(a) $\dfrac{n\overline{x} - \mu}{\sigma\sqrt{n}}$ (b) $\dfrac{n\overline{x} - n\mu}{\sqrt{n}}$

(c) $\dfrac{\sqrt{n}}{\sigma}\left(\overline{X} - \mu\right)$ (d) $\dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma\sqrt{n}}$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

11. (a) Write a note on 'Acknowledgements'.

Or

(b) What is originality?

12. (a) Explain the language of critquing.

Or

(b) Explain the various elements of conclusion.

13. (a) Let X be a random variable such that $E(X^m) = \frac{(m+3)!3^m}{3!}$, $m = 1, 2, 3...$ Find the distribution of X.

Or

(b) Show the constant c can be selected so that $f(x) = c\,2^{-x^2}, -\infty < x < \infty$, satisfies the conditions of a normal pdf.

14. (a) If X_1 and X_2 are two independent Poisson random variable with parameters μ_1 and μ_2, find the distribution of the random variable $Y = X_1 + X_2$.

Or

(b) Show that the t distribution with $r = 1$ degree of freedom and the Cauchy distribution are the same.

15. (a) Let $\overline{X}$ be the mean of a random sample of sign n from a distribution that is $n(\mu, 100)$. Find n so that $P(\mu - 5 < \overline{X} < \mu + 5) = 0.954$.

Or

(b) Let Y be $b\left(72, \frac{1}{3}\right)$. Approximate $P(22 < y < 28)$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

16. (a) How will you format your 'References'?

Or

(b) Explain the differences between a dissertation and a thesis.

17. (a) Summarize the salient features in structuring the literature review.

Or

(b) Explain why methodology is important.

18. (a) If the random variable X is $n(\mu, \sigma^2)$, show that the random variable $V = \frac{(X-\mu)^2}{\sigma^2}$ is $\chi^2(1)$.

Or

(b) Find the mgf, mean and variance of gamma distribution.

19. (a) Derive the pdf of Fisher's F distribution.

Or

(b) Given X_1, X_2 are a random sample from a distribution that has pdf $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$. If $Y_1 = X_1 + X_2$, and $Y_2 = X_1 - X_2$, find the joint pdf of Y_1 and Y_2 marginal pdf's of Y_1 and Y_2.

20. (a) State and prove the central limit theorem.

Or

(b) Find the pdf of $\frac{nS^2}{\sigma^2}$.

(7 pages)

Reg. No. : ....

Code No. : 9128 **Sub. Code : PMAM 32**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2018.

Third Semester

Mathematics

TOPOLOGY – I

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Which one of the following is a topology on $X = \{a, b, c, d\}$.

   (a) $\{\phi, X, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

   (b) $\{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

   (c) $\{\phi, X, \{c\}, \{b, c\}\}$

   (d) $\{\phi, X, \{a, b\}, \{b, c, d\}\}$

2. Consider the subspace topology on $Y = [0,1] \cup (2,3)$ on a subset of R. In Y , $[0,1]$ is

(a) open only

(b) both open and closed

(c) neither open nor closed

(d) closed but not open

3. Let $f : A \to X \times Y$ be given by the equation $f(a) = (f_1(a), f_2(a))$. Suppose $U \times V$ is a basic element of $X \times Y$. Then $f^{-1}(U \times V)$ is

(a) $f^{-1}(U) \times f^{-1}(V)$ (b) $U \times V$

(c) $f^{-1}{}_1(U) \cap f^{-1}{}_2(V)$ (d) $f^{-1}{}_1(U) \times f^{-1}{}_2(V)$

4. $\prod_7((.5,.9,.9,.3,\ .3,.8,.6,.11,....))$ is

(a) .9 (b) .6

(c) 7 (d) .11

5. The standard bounded metric corresponding to d is given by

(a) $\bar{d}(x,y) = \max\{d(x,y),1\}$

(b) $\bar{d}(x,y) = \min\{d(x,y), d(y,x)\}$

(c) $\bar{d}(x,y) = \min\{1, d(x,y)\}$

(d) $\bar{d}(x,y) = \begin{cases} 0 & if\ x = y \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$

6. If d is the Euclidean metric and p is the square metric then

(a) $\rho(x,y) \le d(x,y) \le \sqrt{n\rho(x,y)}$

(b) $d(x,y) \le \rho(x,y) \le \sqrt{n}\, d(x,y)$

(c) $\rho(x,y) \le d(x,y) \le n\sqrt{\rho(x,y)}$

(d) $\rho(x,y) \le d(x,y) \le \sqrt{n}.\ \rho(x,y)$

7. Which one of the following is connected?

(a) $[-1,0) \cup (0,1]$ (b) Q

(c) R_l (d) $[-1,1]$

8. Which one of the following is compact?

(a) R (b) $(0,1)$

(c) $[0,1]$ (d) $(0,1]$

9. The minimal uncountable well ordered set S_Ω, in the order topology, is

(a) both compact and limit point compact

(b) limit point compact but not compact

(c) compact but not limit point compact

(d) neither compact not limit point compact

10. Which one of the following is true?

(a) R is locally compact Q is not locally compact

(b) R is locally compact; Q is locally compact

(c) R is not locally compact; Q is locally compact

(d) Both R and Q are not locally compact

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Let X be a topological space; Let A be a subset of X. Suppose that for each $x \in A$ there is an open set U containing x such that $U \subseteq A$. Show that A is open in X.

Or

(b) Define a Hausdorff space. Prove that every finite point set in Hausdorff space is closed.

12. (a) If $\mathcal{B}$ is a basis for the topology of X and $\mathcal{C}$ is a basic for the topology of Y, prove that the collection $D = \{B \times C / B \in B\, and\, C \in \mathcal{C}\}$ is a basic for the topology of $X \times Y$.

Or

(b) Let $\{X_\alpha\}$ be an indexed family of spaces; let $A\alpha \subseteq X_\alpha$ for each α. If $\prod X_\alpha$ is given either the product on the box topology, prove that $\prod \overline{A}_\alpha = \overline{\prod A\alpha}$.

13. (a) Let X be a metric space with metric d. Define $\bar{d} : X \times X \to \boldsymbol{R}$ by the equation $\bar{d}(x, y) = \min\{d(x, y), 1\}$. Prove that $\bar{d}$ is a metric that induces the same topology as d.

Or

(b) State and prove the sequence lemma.

14. (a) Let $\{A_\alpha\}$ be a collection of connected subspaces of X ; Let A be a connected subspace of X. Show that if $A \cap A_\alpha \neq \phi$ small α, then $A \cup \left(\bigcup_\alpha A\alpha \right)$ is connected.

Or

(b) Prove that every compact subspace of a Hausdorff space is closed.

15. (a) Prove that compactness implies limit point compactness.

Or

(b) Let X be locally compact Hausdorff; let A be a subspace of X. If A is closed in X of open in X, prove that A is locally compact.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Define the standard topology, lower limit topology and k- topology on $\boldsymbol{R}$ and find the relation between these topologies.

Or

(b) (i) Let A be a subset of the topological space X. Prove that $\overline{A} = A \cup A'$.

(ii) If X is a Hausdorff space, prove that a sequence of points of X converges to at most one point of X.

17. (a) Let X and Y be a topological spaces; let $f : X \to Y$. Prove that the following are equivalent.

(i) f is continuous

(ii) For every subset A of X, one has $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$

(iii) For every closed set B of Y, the set $f^{-1}(B)$ is closed in X.

Or

(b) Let $f : A \to \prod_{\alpha \in J} X_\alpha$ be given by the equation $f : (a) = (f_\alpha(\alpha\ ))\alpha \in J$, where $f_\alpha :\ A \to X_\alpha$ for each α. Let $\prod X_\alpha$ have the product topology. Prove that the function f is continuous if and only if each function f_α is continuous.

18. (a) Define a suitable topology on R^{ω} such that it induces the product topology on R^{ω}.

Or

(b) State and prove the uniform limit theorem.

19. (a) Prove that a finite product of connected spaces is connected.

Or

(b) State and prove the tube lemma.

20. (a) Prove that sequentially compactness implies compactness in a metrizable space.

Or

(b) Let $\{X_{\alpha}\}$ be an indexed family of non empty spaces show that is $\prod X_{\alpha}$ is locally compact, then each X_{α} is locally compact and X_{α} is compact for all but finitely many values of α.